

CHAPITRE IV

REDUCTION DE L'INTEGRALE DE DENSITE DE FLUX SOUS FORME DE PRODUITS DE CONVOLUTION

1) INTRODUCTION

Nous avons utilisé au chapitre précédent une expression approchée de l'angle ϵ , qui caractérise la luminance observable d'un point M' sur un ensemble de points P appartenant à une surface réflectrice. Nous nous proposons ici de continuer sur notre lancée en développant l'expression de l'éclairement $E(M')$ formé en M' par un ensemble de facettes réflectrices montées sur une installation solaire à simple ou double réflexion; pour cela, nous nous ramènerons à une vue en trou d'épingle du même type que celle qui a été définie par F.Lipps [62] (voir le paragraphe 4.4.3.1 de l'étude bibliographique), et qui, à notre avis, se prête mieux aux calculs numériques que les méthodes d'intégration point par point, ou par comptage de rayons.

Nous essayerons de plus de tenir compte des quatre types de défauts propres aux installations solaires, en vue de donner quelques éléments pour la réalisation future d'un code de calcul véritablement prévisionnel des éclairagements solaires, et aussi performant que possible. On sait en effet qu'un tel code n'existe pas à l'heure actuelle, alors qu'il serait pourtant indispensable de disposer d'un outil capable de prévoir, avec suffisamment de justesse, les performances énergétiques d'une installation en projet, en fonction du type et des qualités géométriques des facettes réflectrices destinées à l'équiper, du système d'asservissement choisi pour les héliostats, et de la méthode de réglage utilisée pour l'orientation des facettes. Dans cette perspective, tous les paramètres d'erreur devraient bien sûr avoir été préalablement déterminés par des expérimentations spécifiques, qu'il s'agisse de l'étude des défauts microscopiques des facettes réflectrices [35], des mesures de dépointages d'héliostats asservis en boucle ouverte [42] [45], ou de notre propre étude sur les défauts de réglage.

Cette nouvelle formulation de l'intégrale de la densité de flux nous amènera également à développer la notion de réponse impulsionnelle spatiale des facettes réflectrices, qui devrait jouer un grand rôle dans l'étude des performances énergétiques d'une installation.

2) EXPRESSION DE LA DENSITE DE FLUX DANS LE CADRE DE L'APPROXIMATION DU PREMIER ORDRE

2.1) Formulation intégrale sur le miroir

On rappelle que l'éclairement formé par une facette réflectrice de l'installation considérée, en un point M' appartenant au plan récepteur (fig. IV-1), s'écrit, en vertu de la relation (II-6) :

$$E(M') = R \iint_{\substack{\text{facette} \\ \text{réflectrice}}} L(\epsilon) \frac{\left[\vec{N}_P \cdot \frac{\vec{PM}'}{||PM'||} \right] \left[\vec{N}_O \cdot \frac{\vec{PM}'}{||PM'||} \right]}{||\vec{PM}'||^2} dP \quad (IV-1)$$

en supposant que le coefficient de réflexion R est homogène sur toute la facette. Le développement de l'angle ϵ au premier ordre ayant fait l'objet du chapitre précédent, il nous reste maintenant à trouver une expression approchée des termes $(\vec{N}_P \cdot \vec{PM}')/||PM'||$, $(\vec{N}_O \cdot \vec{PM}')/||PM'||$, $||\vec{PM}'||^2$ et dP, placés sous le signe somme, et dont nous ne retiendrons que la partie principale; nous obtiendrons ainsi l'expression des répartitions de densité de flux E(M') développées au premier ordre. Reportons-nous un instant au paragraphe 3 du chapitre précédent; nous avons vu que $\vec{PM}'/||PM'||$ avait pour composantes :

$$\frac{\vec{PM}'}{||PM'||} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{V'-V_P}{D_1} \\ \frac{W'-W_P}{D_1} \end{bmatrix}$$

dans Rri (relation (III-7)). Il est donc possible d'écrire que :

$$\frac{\vec{PM}'}{||PM'||} \approx \vec{R}_i \approx \vec{R}_O$$

au premier ordre près, d'après la définition du repère Rri, dont le vecteur unitaire \vec{R}_i dirige l'axe principal, et en tenant compte de la relation (III-13). De plus, on sait que :

$$\frac{1}{||\vec{PM}'||^2} \approx \frac{1}{D^2} \left[1 - 2 \frac{U'-U_P}{D} \right]$$

d'après les relations (III-6) et (III-16).

Par ailleurs, nous avons vu au paragraphe 4 du chapitre précédent que sur les trois types de structures étudiées, et quel que soit le relief des facettes réflectrices qui les équipent :

$$\vec{N}_P = \vec{N}_O + \vec{\Delta N}$$

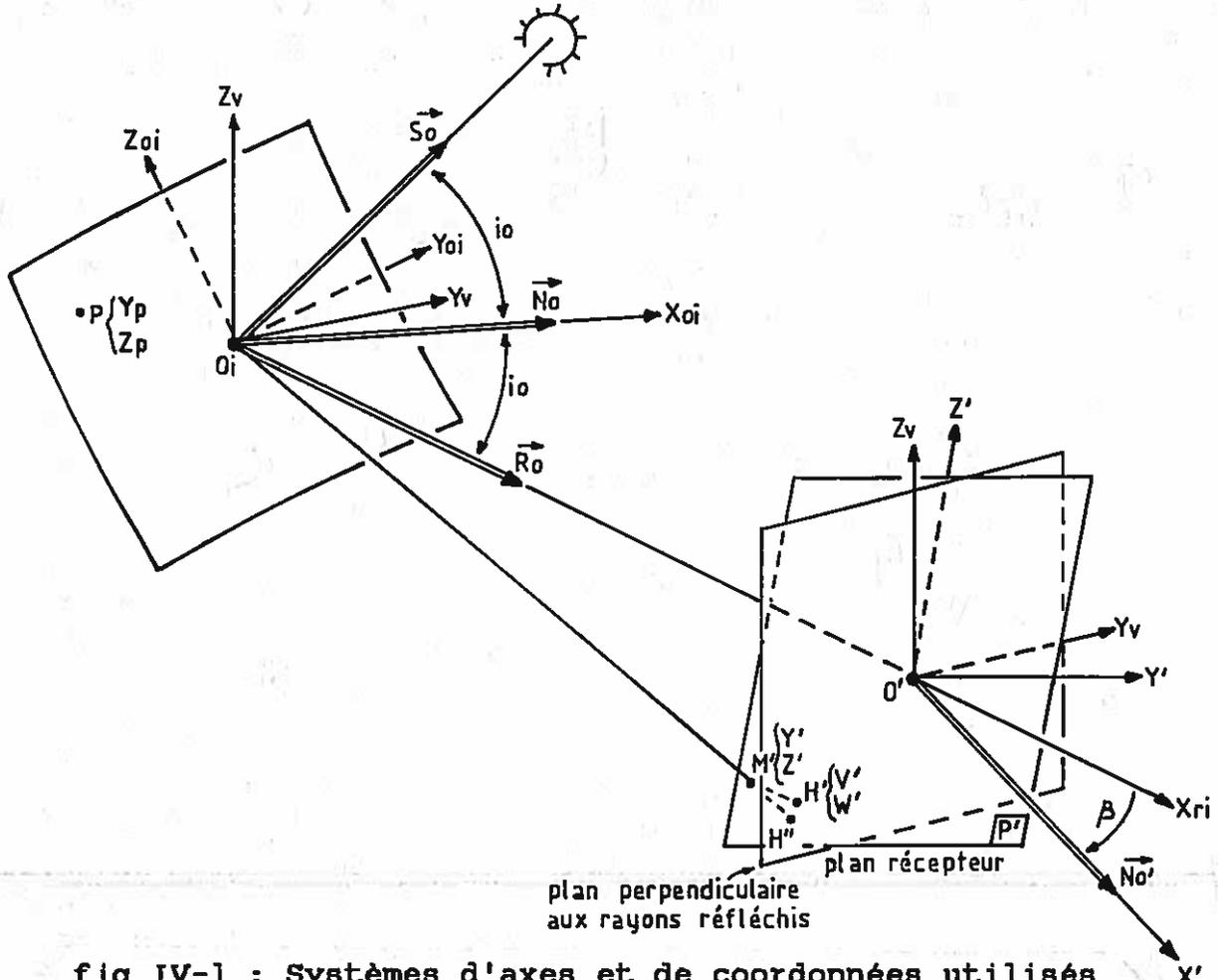


fig IV-1 : Systèmes d'axes et de coordonnées utilisés pour les formulations en trou d'épingle. $O_i Y_v Z_v$ est le plan de visée, perpendiculaire au rayon principal réfléchi par la facette, $O' Y_v Z_v$ est un plan parallèle au plan de visée, et $O' Y' Z'$ est le plan récepteur (P'). Au premier ordre, les points H' et H'' sont supposés confondus.

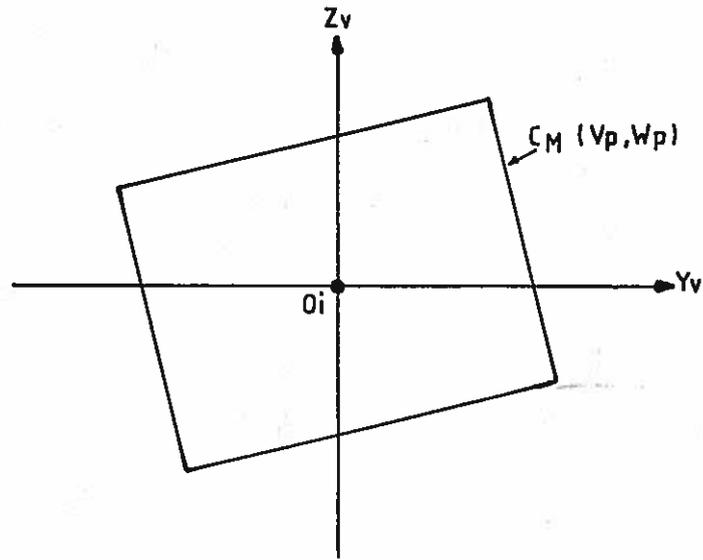


fig IV-2 : Projection des contours du miroir dans le plan de visée $O_i Y_v Z_v$.

où $\vec{\Delta N}$ n'est composé que de termes du premier ordre. Lorsqu'on a affaire à un concentrateur fixe, il y a lieu de remplacer \vec{N}_O et \vec{R}_O respectivement par \vec{N}_{O1} et \vec{R}_{O1} . Enfin on peut écrire :

$$dP \approx dY_p dZ_p$$

en ne conservant que la partie principale de la relation (II-43). Comme d'autre part les coordonnées (Y_p, Z_p) d'un point P de la surface réflectrice sont liées à ses coordonnées apparentes (V_p, W_p) par les relations (III-38), on obtient finalement :

$$dP \approx dY_p dZ_p = \frac{dV_p dW_p}{\cos i_o}$$

En remplaçant $\vec{N}_p \frac{\vec{PM}'}{||\vec{PM}'||}$, $\vec{N}_O \frac{\vec{PM}'}{||\vec{PM}'||}$, $\frac{1}{||\vec{PM}'||^2}$ et dP par leur partie principale dans l'intégrale (IV-1), on arrive à une expression

approchée de la densité de flux formée en M' par une facette réflectrice :

$$E(M') \approx R \iint_{\text{facette réflectrice}} L(\epsilon) \frac{(\vec{N}_O \vec{R}_O)(\vec{N}'_O \vec{R}_O)}{D^2} \frac{dV_p dW_p}{\cos i_o}$$

Alors, si l'on note β l'angle entre \vec{R}_O et \vec{N}'_O (fig.V-1), et étant donné que $\vec{N}_O \vec{R}_O = \cos i_o$, on obtient une nouvelle expression de $E(M')$, que nous définissons comme la formulation intégrale de la densité de flux sur le miroir :

$$E(M') \approx \frac{R \cos \beta}{D^2} \iint_{\text{facette réflectrice}} L(\epsilon) dV_p dW_p \quad (IV-2)$$

Celle-ci peut également être mise sous la forme suivante :

$$E(M') = \frac{R \cos \beta}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(\epsilon) C_M(V_p, W_p) dV_p dW_p \quad (IV-3)$$

où $C_M(V_p, W_p)$ est la fonction caractéristique des contours du miroir projetés dans le plan de visée (fig.IV-2) : $C_M(V_p, W_p)$ est prise égale à 1 lorsque le point H de coordonnées apparentes (V_p, W_p) appartient à la surface projetée du miroir, et reste nulle dans le cas contraire.

Pour arriver à une formulation en trou d'épingle, il faut à présent introduire l'expression approchée de l'angle ϵ dans cette

intégrale.

2.2) Passage à la vue en trou d'épingle

Nous prenons ici l'expression générale de ϵ^2 définie par la relation (III-40), correspondant au cas de facettes réflectrices toroidales :

$$\epsilon^2 = \frac{[AV_D + CW_D - (V'+V_0)]^2 + [CV_D + BW_D - (W'+W_0)]^2}{D^2} \quad (IV-4)$$

On rappelle que les termes V_0 et W_0 , qui ont été définis par les relations (III-33) à (III-35), prennent en compte les dérèglages des facettes réflectrices, ainsi que le dépointage et l'astigmatisme éventuel des héliostats. Quant à V' et W' , ils sont caractéristiques de la position du point M' dans le plan récepteur (P') : d'après les relations (III-2), V' et W' sont en fait les coordonnées de la projection H' de M' dans le plan $O'YvZv$ perpendiculaire aux rayons réfléchis et passant par O' (fig.IV-1). Alors, par des raisonnements similaires à ceux qui ont été développés dans les paragraphes 3 et 4.2.1 du chapitre précédent, on déduit qu'au premier ordre H' peut être confondu avec H'' , projection conique du point M' dans le plan $O'YvZv$, ayant pour origine le centre de la facette (ou de l'héliostat) considérée (fig.IV-1), et que, dans le cas de l'héliostat focalisant, il est possible d'approcher les matrices de passage de R_{ri} à R' par la matrice $P_2 R_{ro-R'}$, de même que les matrices $P R_{ri-R_0}$ avaient été approximées à $P_2 R_{ro-R_0}$ au chapitre précédent.

Nous noterons donc désormais (C'_{ij}) les coefficients des matrices $P_2 R_{ro-R'}$ et $P_2 R_{ri-R'}$, que nous utiliserons respectivement dans le cas d'un héliostat focalisant et d'un concentrateur fixe, pour le passage des coordonnées (Y', Z') de M' dans le plan récepteur aux coordonnées (V', W') de sa projection H' dans le plan $O'YvZv$, et écrirons, d'une manière générale :

$$\begin{cases} V' = C'_{22} Y' + C'_{23} Z' \\ W' = C'_{32} Y' + C'_{33} Z' \end{cases} \quad (IV-5)$$

Le déterminant de ce système d'équations est égal à C'_{11} , qui n'est autre que $\cos \beta$: alors le système (IV-5) n'est inversible que si l'angle β est différent de 90° , ce qui élimine les cas improbables d'incidences rasantes sur le plan récepteur. L'inversion de ce système conduit aux relations :

$$\begin{cases} y' = \frac{C'_{33} V' - C'_{23} W'}{\cos \beta} \\ z' = \frac{-C'_{32} V' + C'_{22} W'}{\cos \beta} \end{cases} \quad (\text{IV-6})$$

Venons-en maintenant au passage à la vue en trou d'épingle proprement dit : celui-ci s'effectue par le changement de variables suivant, à l'intérieur de l'intégrale (IV-3) :

$$\begin{aligned} V &= AV_p + CW_p \\ W &= CV_p + BW_p \end{aligned} \quad (\text{IV-7})$$

Or le déterminant jacobien associé à cette transformation est le même que celui de la matrice q définie au chapitre précédent : ce dernier est égal au produit des valeurs propres λ_1 et λ_2 de q , et on écrit alors, d'après la relation (III-50) :

$$dV dW = \lambda_1 \lambda_2 dV_p dW_p = \frac{dV_p dW_p}{C_I} \quad (\text{IV-8})$$

Dans tout ce qui suit, nous supposons qu'aucune des deux valeurs propres λ_1 et λ_2 n'est nulle, et que C_I n'est pas infini : ce cas particulier sera en effet examiné dans le paragraphe 2.6.

Dans ces conditions, on réécrit l'expression de la densité de flux $E(M')$ suivant une première vue en trou d'épingle :

$$E(M') = \frac{R \cos \beta}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RI_n(V, W) L \left[\frac{[V - (V' + V_0)]^2 + [W - (W' + W_0)]^2}{D^2} \right] dV dW \quad (\text{IV-9})$$

où $RI_n(V, W)$ est une fonction de V et W définie analytiquement par la relation :

$$RI_n(V, W) = C_I C_M [C_I (BV - CW), C_I (AW - CV)] \quad (\text{IV-10})$$

Nous avons vu au paragraphe précédent (fig. IV-2) que $C_M(V_p, W_p)$ était une fonction à support borné valant 1 à l'intérieur d'un domaine bien défini du plan de visée $O_i Y_v Z_v$, et 0 à l'extérieur. Si C_I n'est pas infini, $RI_n(V, W)$ est donc une fonction du même type, prenant la valeur C_I à l'intérieur d'un domaine (D_n) borné du plan $O' Y_v Z_v$, qui sera précisé dans le paragraphe 2.4, et nulle à l'extérieur. Pour l'instant, nous définissons $RI_n(V, W)$ comme la réponse impulsionnelle spatiale de la facette réflectrice dans le

plan normal aux rayons réfléchis. Alors, il apparaît que $E(M')$ est un produit de convolution :

$$E(M') = E(V', W') = \frac{R \cos \beta}{D^2} RI_n(V', W') * L \left[\frac{(V' - V_0)^2 + (W' - W_0)^2}{D^2} \right] \quad (IV-11)$$

qui nous donne directement la répartition de densité de flux dans le plan normal aux rayons réfléchis. Les deux termes de ce produit sont respectivement (fig. IV-3) :

1) La réponse impulsionnelle de la facette $RI_n(V', W')$, qui est nulle ou égale à C_1 suivant que le point H' de coordonnées (V', W') est à l'extérieur ou à l'intérieur du domaine (D_n) .

2) La fonction $L \left[\frac{(V' - V_0)^2 + (W' - W_0)^2}{D^2} \right]$, qui est la projection de la loi de luminance solaire $L(\epsilon)$ sur un plan perpendiculaire situé à distance D (fig. IV-3a), et centrée sur le point de coordonnées (V_0, W_0) . Elle est proportionnelle à la distribution d'éclairement que l'on pourrait observer dans un plan récepteur normal aux rayons réfléchis, si la facette réfléchissante était rigoureusement stigmatique et aplanétique; en fait, il s'agit plus simplement de l'image de Gauss de la facette, dont le diamètre vaut $2D\epsilon_0$. Nous la désignerons comme la fonction image géométrique parfaite du soleil, et écrirons

$$I_g(V', W') = L \left[\frac{V'^2 + W'^2}{D^2} \right] \quad (IV-12)$$

Bien sûr, ces premiers résultats théoriques ne sont pas sans rappeler ceux qu'avaient obtenus Lipps et Courrèges (cf. le paragraphe 4.4.3 de l'étude bibliographique). Toutefois, ils présentent de nombreux avantages, dont les trois premiers sont essentiellement des avantages de principe.

(1) Notre vue en trou d'épingle est basée sur une approximation dont le cadre a été rigoureusement défini au chapitre précédent.

(2) Elle s'applique aussi bien au cas des concentrateurs fixes qu'à celui des héliostats focalisants.

(3) Elle s'applique également à toutes les lois de luminance solaire $L(\epsilon)$ imaginables.

(4) Avantage beaucoup plus important, l'orientation réelle du plan récepteur par rapport au plan $O'YvZv$ normal aux rayons réfléchis y est effectivement prise en compte : ceci va nous amener à

exprimer le produit de convolution (IV-11) sous une nouvelle forme, mieux adaptée au calcul numérique; on peut en effet écrire, d'après les expressions de V' et W' données par les relations (IV-5) :

$$E(M') = E(Y', Z') = \frac{R \cos \beta}{D^2} RI(Y', Z') * L'(Y', Z') \quad (IV-13)$$

Il s'agit cette fois d'un produit de convolution que l'on effectue directement dans le plan récepteur, et dont les deux termes sont :

1) La réponse impulsionnelle de la facette réflectrice dans le plan récepteur $RI(Y', Z')$, qui est telle que :

$$RI(Y', Z') = \cos \beta RI_n(C'_{22}Y' + C'_{23}Z', C'_{32}Y' + C'_{33}Z') \quad (IV-14)$$

et qui présente les mêmes propriétés que RI_n , dans un domaine borné (D') du plan récepteur.

2) La fonction image du soleil projetée dans le plan récepteur $L'(Y', Z')$: celle-ci est définie par la relation :

$$L'(Y', Z') = L \left[\frac{(C'_{22} Y' + C'_{23} Z' - V_0)^2 + (C'_{32} Y' + C'_{33} Z' - W_0)^2}{D^2} \right] \quad (IV-15)$$

Nous donnerons quelques éléments sur cette nouvelle fonction image dans le paragraphe suivant. Toutefois, on peut d'ores et déjà préciser qu'il s'agit d'une répartition de luminance elliptique, très voisine de la répartition obtenue dans le plan récepteur lorsque celui-ci coupe le cône des rayons solaires réfléchis issus du centre de la facette (fig.IV-3b). Nous voyons donc qu'il y a en réalité deux vues en trou d'épingle différentes, dont la première (relation (IV-11)) est exprimée dans le plan $O'Y_vZ_v$ normal aux rayons réfléchis, tandis que la seconde s'applique au plan récepteur $O'Y'Z'$ lui-même (relation (IV-13)). C'est un résultat dont il faudra se souvenir dans toute la suite de ce chapitre, afin de choisir, suivant les cas qui se présenteront, la meilleure des deux formulations.

(5) Enfin, le dernier avantage, et non le moindre, de ces deux vues en trou d'épingle est qu'elles permettent d'introduire les défauts spécifiques des installations solaires (erreurs de réglage et de pointage) par l'intermédiaire des termes V_0 et W_0 . A ce sujet,

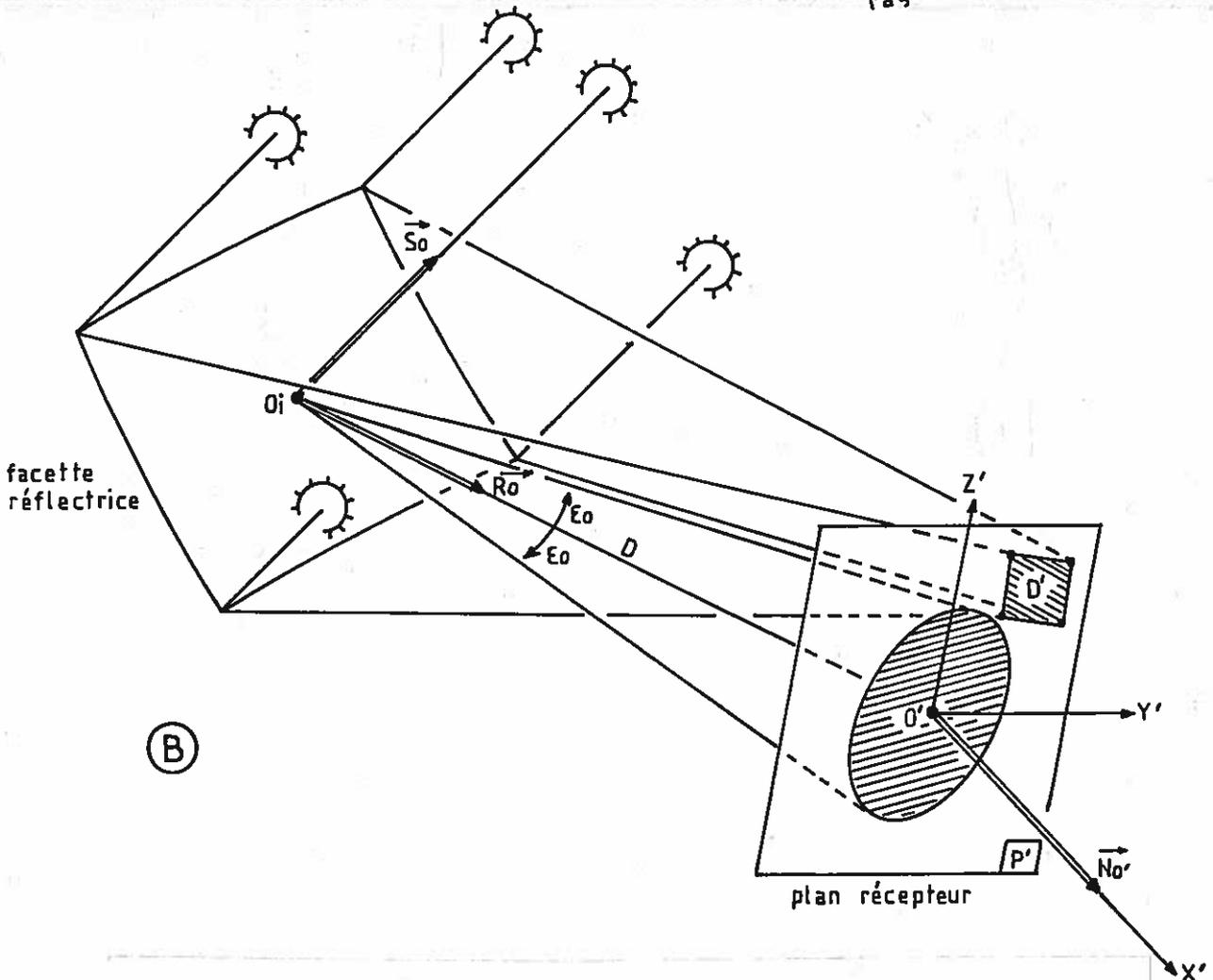
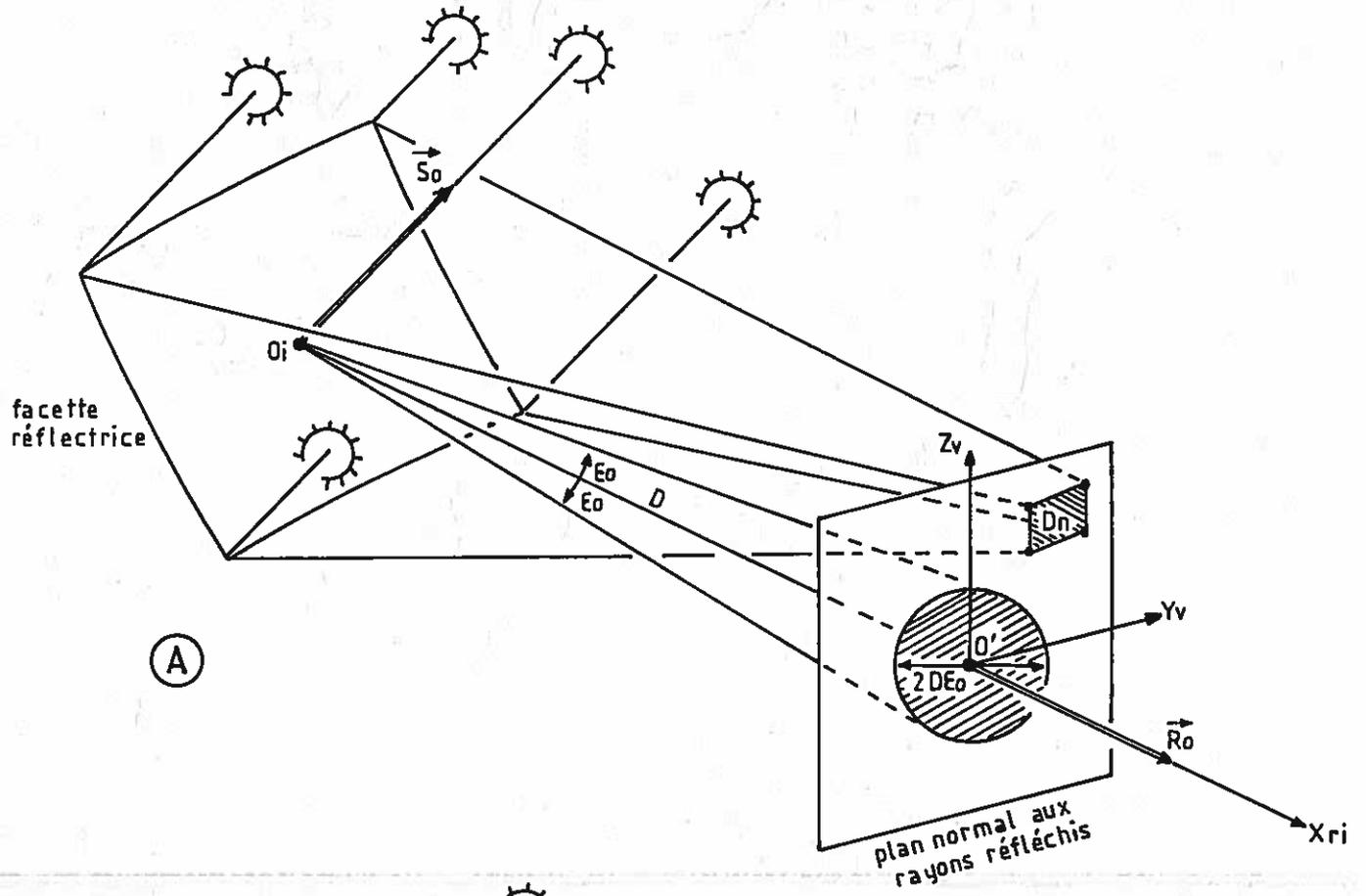


fig IV-3 : Vues en trou d'épingle dans un plan normal aux rayons réfléchis (A) et dans le plan récepteur (B).

nous pouvons tirer tout de suite un enseignement important de la relation (IV-11), qui résulte d'une propriété particulière du produit de convolution : on sait en effet qu'une translation quelconque, appliquée à l'un des termes du produit, se répercute sur le résultat du produit lui-même; un défaut de réglage ou de pointage apparaissant dans les termes V_0 et W_0 n'aura donc pour conséquence que de transformer $E(V',W')$ en $E(V'-V_0,W'-W_0)$. En d'autres termes, les dérèglages, les dépointages et les effets d'astigmatisme de l'héliostat sphérique, qui interviennent dans les expressions de V_0 et W_0 , n'induiront que des translations des répartitions de densité de flux dans un plan normal aux rayons réfléchis, sans les modifier en aucune autre manière. Ce résultat du premier ordre, que l'on retrouve évidemment dans le plan récepteur lui-même, est à mettre en parallèle avec celui qui avait été établi au paragraphe 5.1 du chapitre précédent, et concernait les distributions de luminance observables du point M' .

Nous donnons pour finir l'expression de $E(M')$ dans le cas d'une installation comprenant un nombre N_t de facettes réfléchissantes, obtenues à partir des produits de convolution (IV-13) :

$$E(M') = E(Y',Z') = \sum_{j=1}^{N_t \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} R_{I_j}(Y',Z') * L_j'(Y',Z') \quad (\text{IV-16})$$

en attribuant l'indice j à toutes les grandeurs, paramètres, et fonctions, qui peuvent varier suivant l'emplacement de la facette réfléchissante sur la structure de l'installation étudiée. Dans ce cas, l'utilisation de produits de convolution du type de (IV-11) n'est pas recommandable, car leurs paramètres V' et W' sont liés de manière différente à Y' et Z' suivant la position de la facette considérée.

Il est à présent nécessaire de revenir sur certains des termes qui interviennent dans les expressions de ces deux vues en trou d'épingle.

2.3) Loi de luminance solaire projetée dans le plan récepteur

Nous allons procéder ici à une étude sommaire de la fonction $L'(Y',Z')$, telle qu'elle a été définie par la relation (IV-15), dans le cas où $V_0 = W_0 = 0$. Il apparaît alors que les courbes iso-luminance sont des ellipses d'équation générale :

$$D^2 \epsilon^2 = (C'_{22} Y' + C'_{23} Z')^2 + (C'_{32} Y' + C'_{33} Z')^2$$

où C'_{22} , C'_{23} , C'_{32} et C'_{33} sont les coefficients de la matrice de passage de type P_2 , du repère R lié aux rayons réfléchis, au repère R' .

La méthode que nous emploierons est très classique : $D^2 \epsilon^2$ peut en effet être considéré comme une forme quadratique dont il faut diagonaliser la matrice S ; cette dernière a pour éléments :

$$S = \begin{bmatrix} 1 - C'_{12}{}^2 & - C'_{12} C'_{13} \\ - C'_{12} C'_{13} & 1 - C'_{13}{}^2 \end{bmatrix}$$

d'après les propriétés générales de ce type de matrice (voir le paragraphe 5.1 du deuxième chapitre). L'équation aux valeurs propres de S s'écrit alors :

$$\lambda^2 + (1 + C'_{11}{}^2)\lambda + C'_{11}{}^2 = 0$$

et admet pour solutions $\lambda_1 = C'_{11}{}^2 = \cos^2 \beta$

$$\text{et } \lambda_2 = 1$$

Les vecteurs propres correspondants \vec{u}_1 et \vec{u}_2 se déduisent alors facilement des expressions des coefficients C'_{12} et C'_{13} données au paragraphe 5.1 du chapitre II :

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi' \\ \sin \phi' \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \phi' \\ \cos \phi' \end{bmatrix}$$

où ϕ' est l'angle que fait, dans le plan récepteur, la trace du plan (P) contenant les vecteurs \vec{R}_O et \vec{N}'_O (et dirigée par \vec{u}_1), avec l'axe $O'Y'$ (fig.IV-4). Etant donné que (P) est perpendiculaire aux deux plans $O'Y'Z'$ et $O'YvZv$, il est également perpendiculaire à la droite (Δ) qui constitue leur intersection. On retrouve alors, dans le plan récepteur, un angle égal à ϕ' entre l'axe $O'Z'$ et la droite (Δ), que l'on peut donc diriger par le vecteur unitaire \vec{u}_2 (fig.IV-4). L'équation des courbes iso-luminance s'écrit alors, dans un repère lié à \vec{u}_1 et \vec{u}_2 :

$$D^2 \epsilon^2 = \cos^2 \beta Y''^2 + Z''^2$$

La fonction image du soleil projetée dans le plan récep-

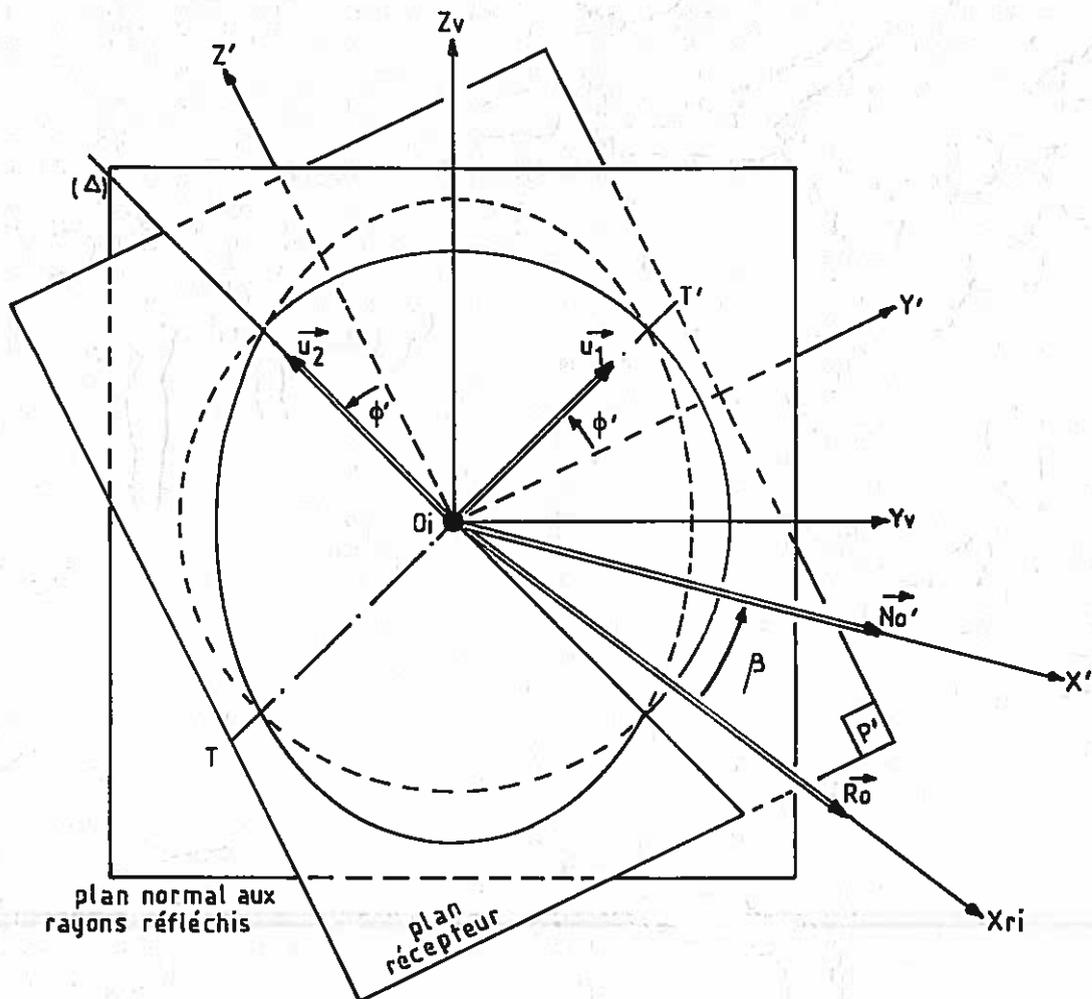


fig IV-4 : Projection de la loi de luminance solaire dans le plan récepteur (P'). TT' est la trace du plan défini par \vec{R}_O et \vec{N}_O dans le plan récepteur .

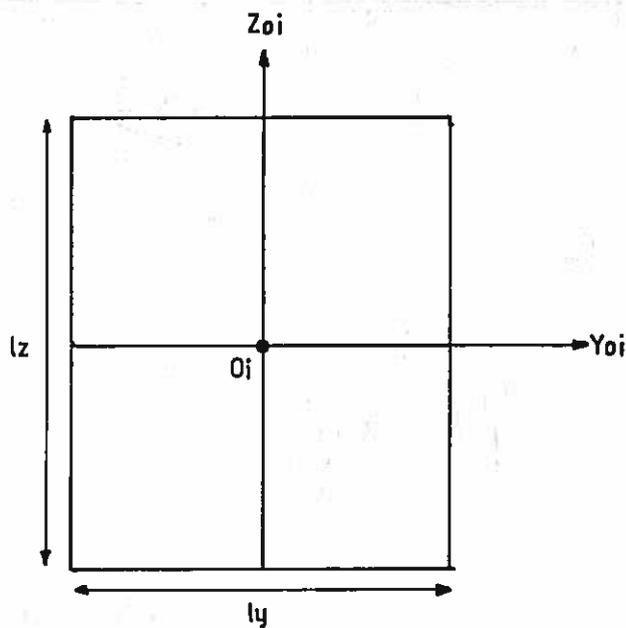


fig IV-5 : Vue de face d'une facette réflectrice rectangulaire.

teur $L'(Y',Z')$ présente une section elliptique, dont le grand axe égal à $2D\epsilon_0/\cos \beta$ est dirigé suivant le vecteur \vec{u}_1 , et le petit axe égal à $2D\epsilon_0$ est aligné suivant la droite intersection du plan normal aux rayons réfléchis avec le plan récepteur. En particulier l'aire de l'ellipse vaut $\pi D^2 \epsilon_0^2 / \cos \beta$ et la distribution de luminance qu'on y observe se déduit de celle de l'image géométrique parfaite du soleil $L_g(V',W')$ par une affinité de rapport $1/\cos \beta$ suivant l'axe dirigé par le vecteur unitaire \vec{u}_1 . L'utilisation de ces soleils elliptiques est nécessaire lorsqu'on désire effectuer directement les convolutions dans le plan $O'Y'Z'$ (relation (IV-13)).

2.4) Allure générale des réponses impulsionnelles

Il est nécessaire de donner à présent l'allure générale des domaines (D_n) et (D') , à l'intérieur desquels les réponses impulsionnelles des facettes réflectrices, considérées dans le plan normal aux rayons réfléchis et dans le plan récepteur, ne sont pas nulles et respectivement égales à C_I et $C_I \cos \beta$; la figure IV-5 représente une facette rectangulaire de centre O_i , de largeur l_y et de hauteur l_z . Son domaine est défini dans le plan $O_i Y_o i Z_o i$ par les inégalités :

- $l_y/2 \leq Y_p \leq l_y/2$
- $l_z/2 \leq Z_p \leq l_z/2$

Commençons par étudier le domaine (D_n) : comme d'une part la projection du miroir sur le plan de visée est définie par les relations (III-38), et que d'autre part le passage à la première vue en trou d'épingle s'effectue par les relations (IV-7), il est possible d'exprimer les coordonnées (V',W') des points appartenant au domaine (D_n) par la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} V' \\ W' \end{bmatrix} = q p \begin{bmatrix} Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & C \\ C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{22} & C_{23} \\ C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (\text{IV-17})$$

Bien sûr, l'allure de la réponse impulsionnelle dans le plan $O'YvZv$ normal aux rayons réfléchis dépend de la position et de l'orientation de la facette réflectrice considérée, par l'intermédiaire des coefficients de la matrice p , ainsi que du relief de la facette elle-même (par les coefficients de la matrice q). La transformation définie par la relation (IV-17) étant linéaire, le domaine image de la facette rectangulaire sera toujours un parallélogramme centré sur

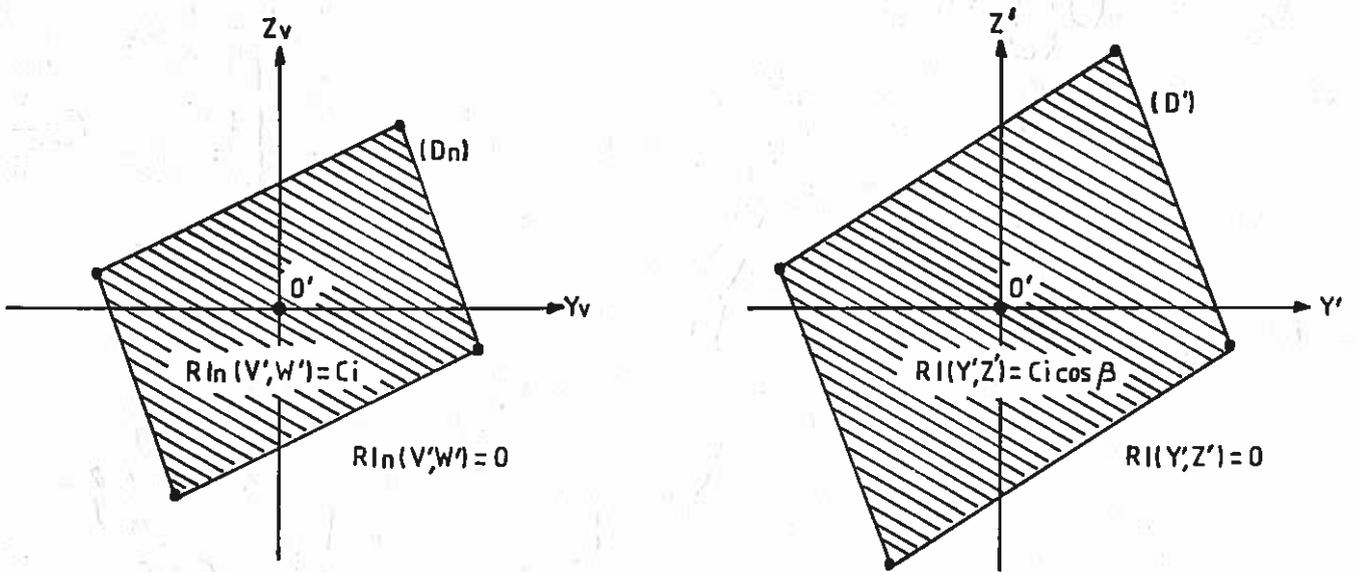


fig IV-6 : Allure des domaines (D_n) et (D') et valeurs des réponses impulsionnelles $R_{In}(V', W')$ et $R_I(Y', Z')$.

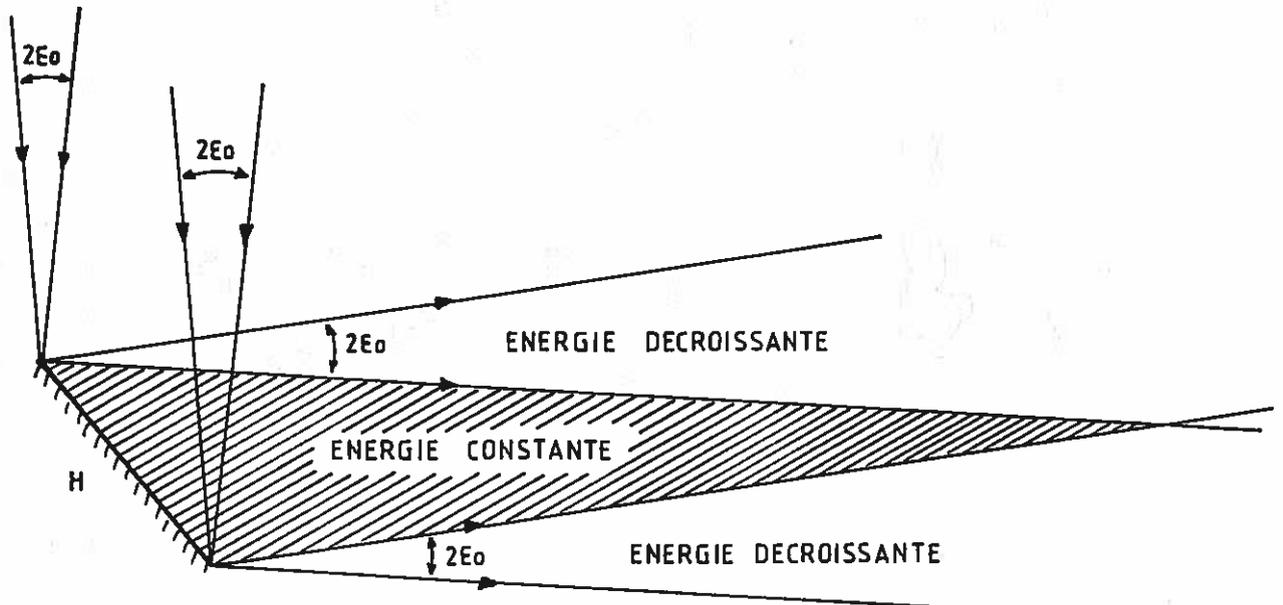


fig IV-7 : La réflexion plane des rayons solaires, d'après [78].

l'origine, hormis le cas où l'un au moins des déterminants des deux matrices p et q s'annule; ceci ne peut se produire que si $i_0 = 90^\circ$ (cas d'incidences rasantes sur la facette que nous avons a priori éliminé), ou si C_I devient infini : ce dernier cas sera examiné dans le paragraphe 2.6 et nous retiendrons pour l'instant qu'en général, les réponses impulsionnelles $RI_n(V',W')$ sont des fonctions qui valent C_I à l'intérieur d'un domaine en forme de parallélogramme centré en O' , et qui s'annulent à l'extérieur (fig.IV-6). On déterminera simplement les quatre coins du domaine (D_n) en appliquant la relation (IV-17) aux coordonnées des quatre coins du miroir, qui valent respectivement $(-l_y/2, -l_z/2)$, $(l_y/2, -l_z/2)$, $(-l_y/2, l_z/2)$ et $(l_y/2, l_z/2)$ dans le plan $O_iY_oiz_o$.

En fait, nous retrouvons ici les résultats caractéristiques de l'approximation de Courrèges, qui apparaît maintenant comme une approximation du premier ordre. Par ailleurs, on peut se servir des déterminants des matrices p et q pour exprimer l'aire du domaine (D_n), qui est aussi celle de la réponse impulsionnelle $RI_n(V',W')$:

$$A(RI_n) = \frac{\cos i_0 S_m}{C_I} \quad (IV-18)$$

où $S_m = l_y l_z$ est la surface de la facette réfléchissante.

Nous allons maintenant poursuivre le même raisonnement afin de déterminer le domaine (D') de la réponse impulsionnelle $RI(Y',Z')$ de la facette dans le plan récepteur; pour cela, il est nécessaire d'utiliser une matrice p' supplémentaire, déduite des relations (IV-6) :

$$\begin{bmatrix} Y' \\ Z' \end{bmatrix} = p'qp \begin{bmatrix} Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \beta} \begin{bmatrix} C'_{33} & -C'_{23} \\ -C'_{32} & C'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C \\ C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{22} & C_{23} \\ C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (IV-19)$$

Et là aussi, sous réserve que le déterminant de la matrice p' ne devienne pas infini (ce qui correspond au cas d'incidences rasantes sur le plan récepteur, que nous avons également éliminé), le domaine (D') du plan récepteur à l'intérieur duquel la réponse impulsionnelle $RI(Y',Z')$ est non nulle et égale à $C_I \cos \beta$ est un parallélogramme centré sur le point O' , et dont les coordonnées des quatre coins s'obtiennent par application de la relation (IV-19) aux quatre coins du miroir (fig.IV-6). On savait d'ailleurs par la relation

(IV-14) que le domaine (D') était la projection du domaine (D_n) sur le plan récepteur. Enfin, on donne l'expression de l'aire de la réponse impulsionnelle dans le plan récepteur RI(Y',Z'), déduite des déterminants des matrices p', q et p :

$$A(RI) = \frac{\cos i_0 S_m}{\cos \beta C_I} \quad (IV-20)$$

Pour conclure, et maintenant que toutes les fonctions intervenant dans les produits de convolution (IV-11) et (IV-13) ont été explicitées, rappelons simplement que c'est à l'utilisateur qu'il revient de choisir, entre ces deux vues en trou d'épingle, laquelle est la mieux adaptée à ses desseins.

2.5) Application : flux renvoyé par un héliostat plan dans un plan normal aux rayons réfléchis

Une première application de l'expression des répartitions de densité de flux E(M'), donnée par la relation (IV-11), consiste à étudier la nappe de flux renvoyée par un héliostat plan, parfaitement réglé, et que l'on assimilera à une surface rectangulaire continue: en fait, cela revient à déterminer les répartitions d'éclairement E(M') réfléchies par un miroir plan, en fonction de la distance qui le sépare d'un plan récepteur perpendiculaire aux rayons qu'il réfléchit, et rapporté aux axes O'Yv et O'Zv. Aussi étonnant que cela paraisse, ce problème n'a encore jamais été résolu analytiquement : il semble en effet que depuis les études de F.Trombe et A.Le Phat Vinh sur la réflexion plane des rayons solaires [78], qui avaient révélé l'existence d'un cône à énergie constante (fig.IV-7), le sujet n'ait retenu l'attention d'aucun auteur, si l'on excepte l'étude effectuée en 1977 par Baranov [79] sur le flux renvoyé par un héliostat plan de contour circulaire.

La première formulation de la vue en trou d'épingle va nous permettre de régler cette question, tout au moins d'une manière qualitative, en considérant essentiellement les propriétés du produit de convolution. On sait en effet que :

$$E(M') = \frac{R}{D^2} RI_n(V',W') * L_q(V',W') \quad (IV-21)$$

puisque l'on suppose ici que le plan récepteur est perpendiculaire aux rayons réfléchis. Dans le cas d'un miroir plan, nous avons vu que la matrice q est égale à la matrice identité et que C_I est égal à 1. Alors, il

découle de la relation (IV-17) que le domaine de définition (D_n) de la réponse impulsionnelle $RI_n(V', W')$ de l'héliostat plan n'est autre que la projection de ce dernier sur le plan récepteur. En conséquence $RI_n(V', W')$ sera égal à 1 sur ce domaine, dont la forme est celle d'un parallélogramme, et s'annule partout ailleurs. D'autre part, le deuxième terme de la convolution (IV-21), $L_g(V', W')$, apparaît comme la projection du cône des rayons solaires réfléchis au centre de l'héliostat dans un plan perpendiculaire situé à distance D . En supposant que le soleil présente une répartition de luminance uniforme et égale à L_0 , il s'agit d'une fonction constante, égale à L_0 à l'intérieur d'un disque de diamètre $2D\epsilon_0$, et nulle à l'extérieur. Trois cas caractéristiques peuvent alors se présenter (fig.IV-8) :

1) le plan récepteur est situé à faible distance de l'héliostat et les dimensions du cercle de diamètre $2D\epsilon_0$ sont négligeables devant celles de la réponse impulsionnelle de l'héliostat (ou, si l'on préfère, l'observateur placé au point O' verrait le soleil tout entier à travers les contours de l'héliostat). Alors le produit de convolution $E(M')$ présentera sensiblement le même aspect que $RI_n(V', W')$, avec un phénomène de pénombre sur sa périphérie. Par ailleurs, la valeur de l'éclairement obtenu au point O' sera égale à :

$$E_1(O') = \frac{R}{D^2} \iint_{(D_n)} L_0 \, dV \, dW = \frac{R}{D^2} \iint_{2D\epsilon_0} L_0 \, dV \, dW = \pi R L_0 \epsilon_0^2$$

Soit finalement $E_1(O') = R E_0$, où E_0 est la constante solaire (relation (I-3)).

A courte distance, les distributions d'éclairement réfléchies par un héliostat plan reproduisent donc l'allure de la projection de l'héliostat sur un plan normal aux rayons réfléchis, et gardent une valeur constante égale à $R E_0$ sur leur plus grande partie.

2) le plan récepteur est situé à très grande distance de l'héliostat, et les dimensions de sa réponse impulsionnelle sont négligeables devant celles du cercle de diamètre $2D\epsilon_0$ (voir la figure IV-8. Un observateur au point O' ne pourrait voir les contours du soleil à travers l'héliostat). D'après les propriétés du produit de convolution, $E(M')$ doit alors reproduire approximativement la forme de l'image solaire projetée dans le plan récepteur, avec là aussi un phénomène de pénombre au voisinage de sa périphérie. De plus l'éclairement en O' vaudra :

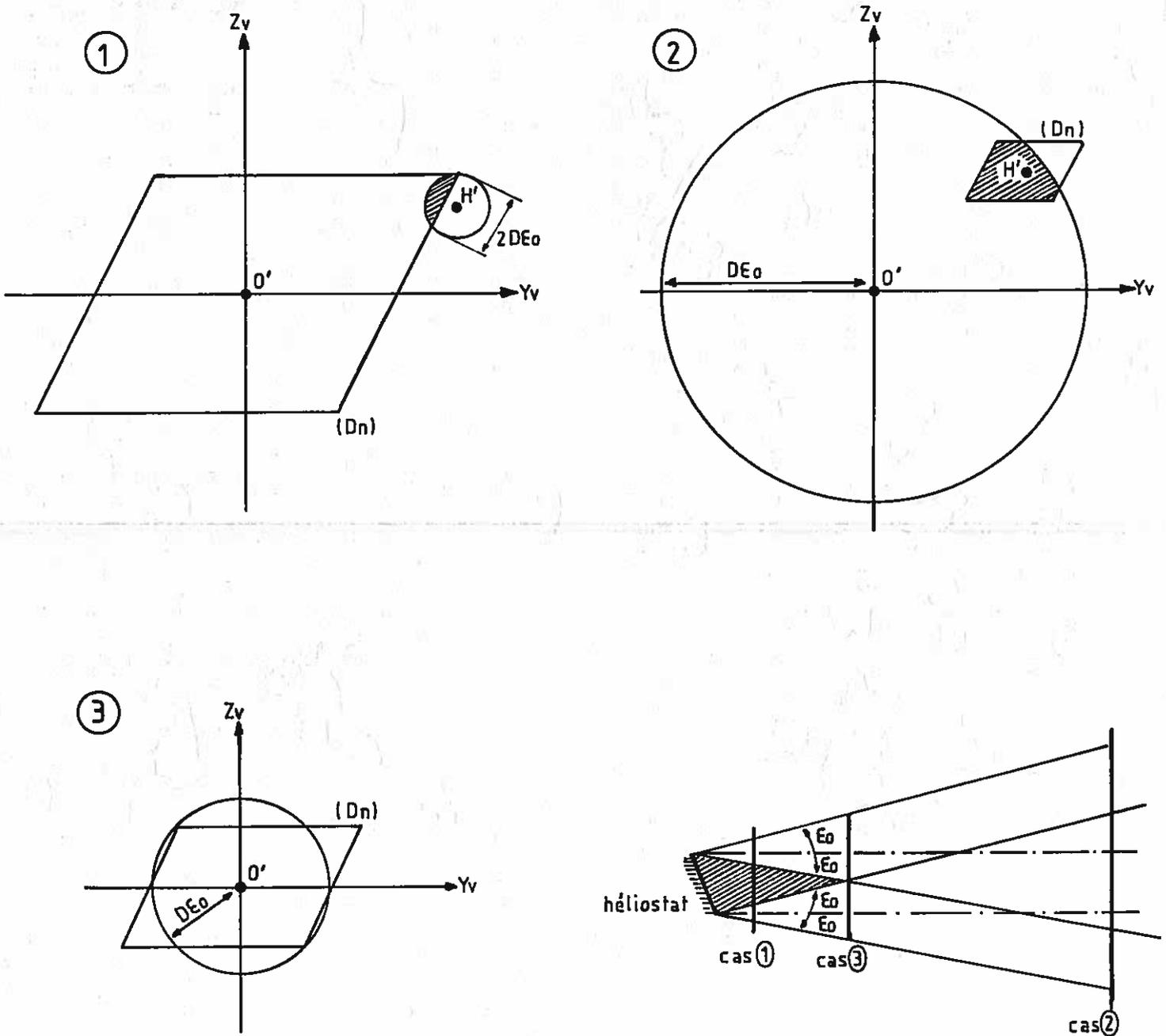


fig IV-8 : Calcul des éclaircissements formés par un héliostat plan dans un plan récepteur normal aux rayons réfléchis situé : (1) à faible distance de l'héliostat ; (2) à longue distance ; (3) à distance intermédiaire .

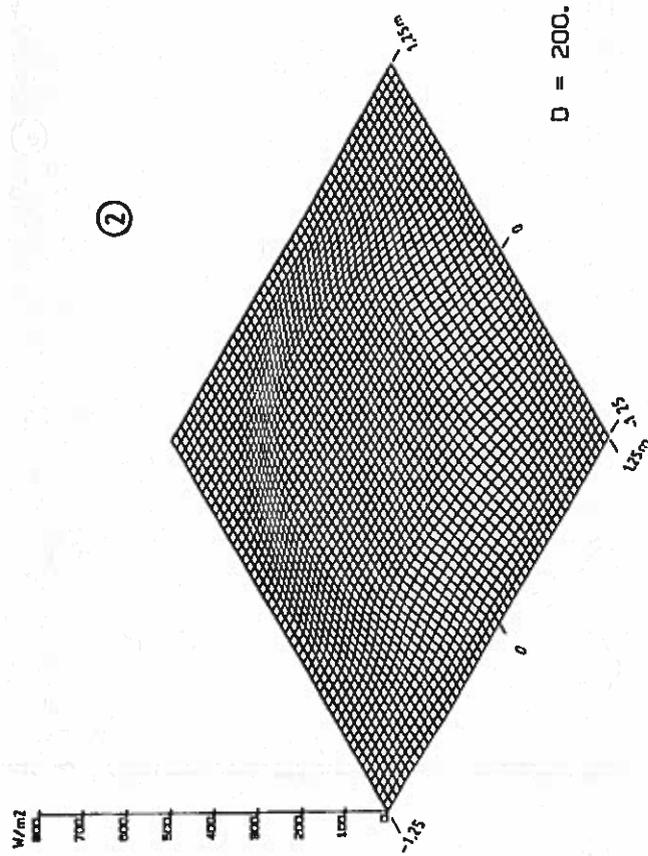
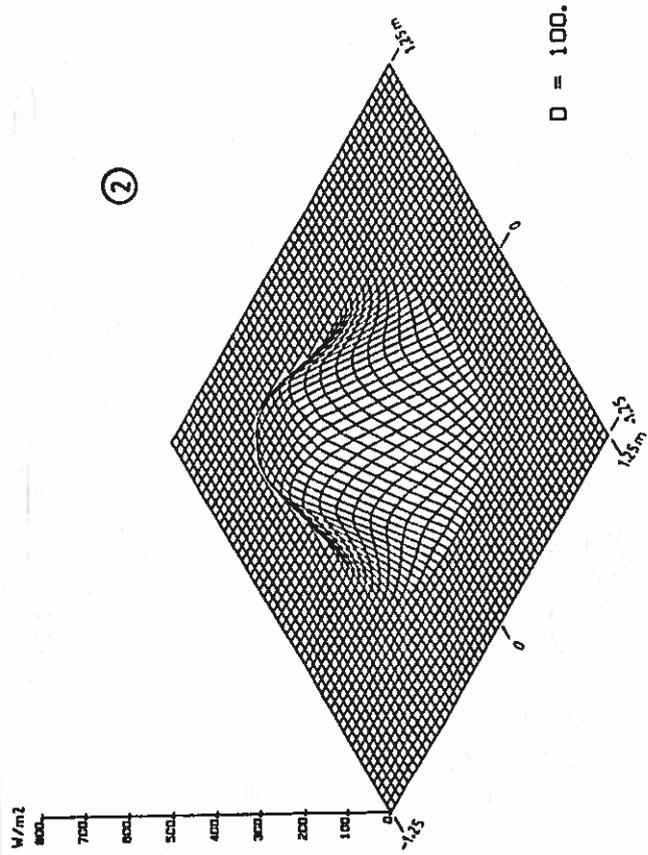
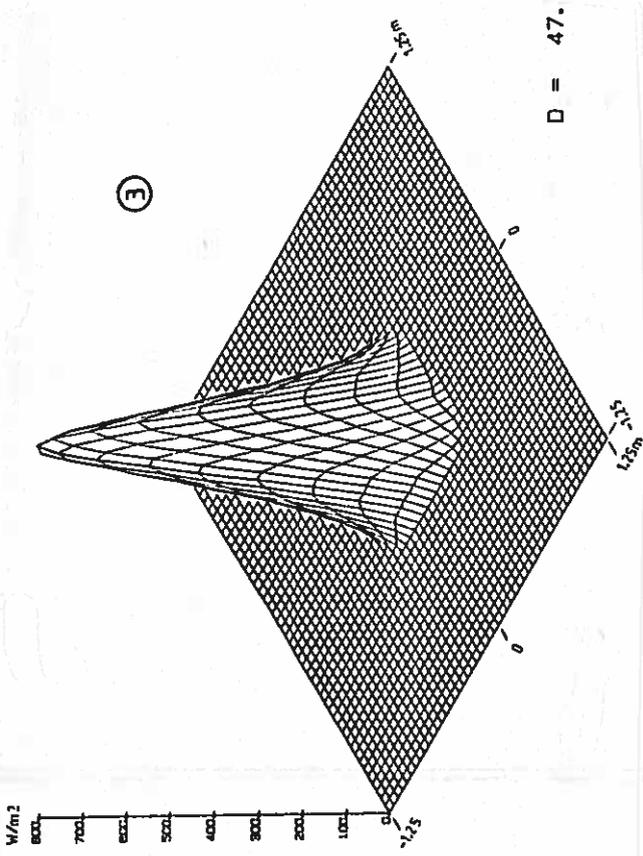
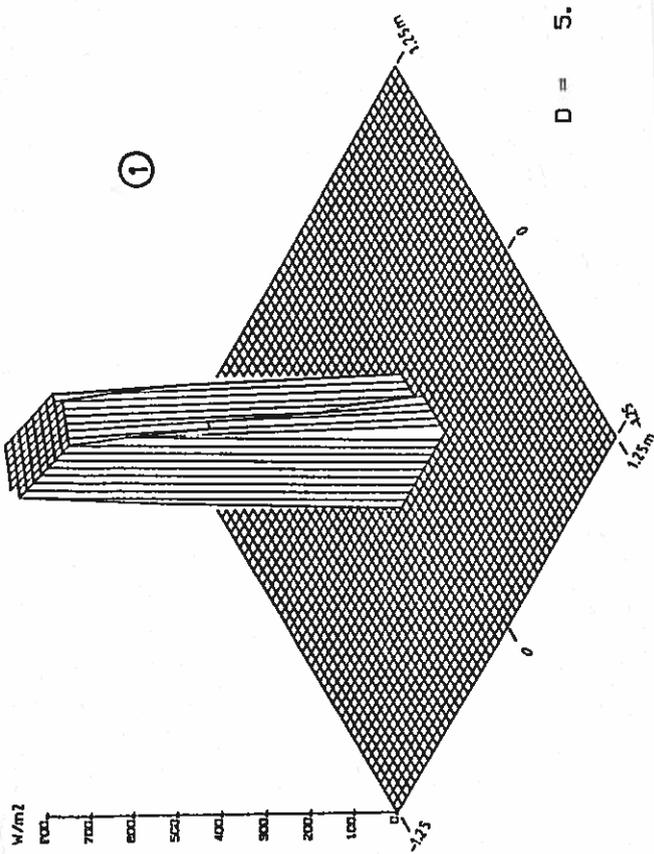


Planche IV-1 Répartitions de densité de flux formées par un miroir plan de 50 cm de côté dans un plan récepteur normal aux rayons réfléchis en fonction de la distance.

$$E_2(O') = \frac{R}{D^2} \iint L_0 \, dV \, dW = \frac{R}{D^2} L_0 S_m \cos i_0$$

(D_n)

puisque $S_m \cos i_0$ est ici égal à l'aire du parallélogramme couvert par (D_n) (relation (IV-18)). Il est également intéressant d'exprimer le rapport $E_2(O')/E_1(O')$. On trouve que :

$$\frac{E_2(O')}{E_1(O')} = \frac{S_m \cos i_0}{\pi D^2 \epsilon_0^2} \ll 1$$

puisque dans ce cas les dimensions du parallélogramme restent faibles devant celles de l'image solaire.

A longue distance, les distributions d'éclairement réfléchies par un héliostat plan reproduisent donc toujours l'allure d'un disque de diamètre $2De_0$ dans un plan récepteur normal aux rayons réfléchis, et les valeurs d'éclairement qui peuvent y être observées sont inversement proportionnelles au carré de la distance héliostat-plan récepteur.

3) Le plan récepteur est situé à distance intermédiaire de l'héliostat, de sorte que les dimensions de la réponse impulsionnelle de l'héliostat et de l'image solaire projetée dans le plan récepteur sont du même ordre de grandeur (fig. IV-8). On est ici au voisinage du sommet du cône d'énergie constante défini par F. Trombe et A. Le Phat Vinh [78]. Dans ce cas, le produit de convolution doit être évalué numériquement. On peut toutefois s'attendre à ce que la répartition de densité de flux présente en O' un maximum dont la valeur sera voisine de celle de $E_1(O')$, et également à observer une rapide décroissance des valeurs de $E(M')$ vers les bords de la tache image.

Dans le but de confirmer ces résultats somme toute assez intuitifs, nous avons utilisé une version modifiée de notre code de calcul concernant les héliostats plans (et dont la description est donnée dans le chapitre II), en vue de déterminer les répartitions de densité de flux exactes qu'ils forment dans un plan perpendiculaire au faisceau réfléchi, et situé à différentes distances. Les résultats obtenus sont reproduits en vue tridimensionnelle sur la planche IV-1, et montrent un plein accord avec nos prédictions. Nous pouvons donc considérer que le problème général du calcul des distributions d'éclairement réfléchies par un héliostat plan est résolu : en effet, quels que soient les contours réels des miroirs et la loi de luminance

solaire $L(\epsilon)$ effective, les deux vues en trou d'épingle restent applicables, et les produits de convolution ne posent, en principe, aucun problème quant à leur calcul numérique. Par ailleurs, il faut insister sur le fait qu'il ne s'agissait pas ici uniquement d'un problème d'école : la connaissance des répartitions d'éclairement renvoyées par un ou plusieurs héliostats plans est en effet indispensable au dimensionnement d'une installation à double réflexion.

2.6) Normalisation des termes des produits de convolution

Lorsque l'on a affaire à des produits de convolution, il est parfois utile de normaliser leurs termes, c'est-à-dire en fait de rendre leurs intégrales égales à 1 dans le plan considéré. C'est ce que nous allons faire ici pour les quatre fonctions qui interviennent dans les relations (IV-11) et (IV-13).

1) La fonction image géométrique du soleil $L_g(V', W')$:
son intégrale I_{Lg} dans le plan $O'YvZv$ normal aux rayons réfléchis s'exprime :

$$I_{Lg} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L \left[\frac{V'^2 + W'^2}{D^2} \right] dv' dw'$$

soit, en posant $\frac{V'}{D} = \epsilon \cos \theta$; $\frac{W'}{D} = \epsilon \sin \theta$ et $dv' dw' = D^2 \epsilon d\epsilon d\theta$:

$$I_{Lg} = 2\pi D^2 \int_0^{+\infty} L(\epsilon) \epsilon d\epsilon \approx D^2 E_0$$

en vertu de la relation (II-8), et sachant qu'en pratique, ϵ est très faible puisqu'il reste inférieur au rayon angulaire apparent du soleil ϵ_0 . On peut alors définir la fonction image géométrique du soleil normalisée $l_g(V', W')$:

$$l_g(V', W') = \frac{L_g(V', W')}{D^2 E_0}$$

2) La fonction image du soleil projetée dans le plan récepteur $L'(Y', Z')$: son intégrale $I_{L'}$ dans le plan récepteur $O'Y'Z'$ s'exprime :

$$I_{L'} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L'(Y', Z') dY' dZ' = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L \left[\frac{C'_{22}Y' + C'_{23}Z'}{D^2} \right]^2 + \left[\frac{C'_{32}Y' + C'_{33}Z'}{D^2} \right]^2 dY' dZ'$$

En utilisant le changement de variable défini par les relations (IV-5), on trouve que :

$$I_{L'} = \frac{I_{L_0}}{\cos \beta} = \frac{D^2 E_0}{\cos \beta}$$

Alors, la fonction image du soleil normalisée $l'(Y', Z')$ est définie dans le plan récepteur par la relation :

$$l'(Y', Z') = \frac{\cos \beta I_{L'}(Y', Z')}{D^2 E_0}$$

3) La réponse impulsionnelle de la facette réflectrice dans le plan $O'YvZv$ $RI_N(V', W')$. Si le déterminant de la matrice q n'est pas nul, $RI_N(V', W')$ prend la valeur C_I sur un domaine (D_N) d'aire égale à $\cos i_0 S_m / C_I$ (relation (IV-18)). Alors la réponse impulsionnelle normalisée à l $ri_N(V', W')$ de la facette réflectrice est égale à :

$$ri_N(V', W') = \frac{RI_N(V', W')}{S_m \cos i_0}$$

4) De même, sachant que $RI(Y', Z')$ garde la valeur $C_I \cos \beta$ sur un domaine (D') d'aire égale à $\frac{\cos i_0 S_m}{\cos \beta C_I}$ d'après la relation (IV-20), on trouve que la réponse impulsionnelle normalisée de la facette réflectrice dans le plan récepteur est définie par :

$$ri(Y', Z') = \frac{RI(Y', Z')}{S_m \cos i_0}$$

Par ailleurs, lorsque le déterminant de la matrice q s'annule, deux cas peuvent se présenter :

a) la matrice q elle-même est nulle; l'expression de $E(M')$ donnée par la relation (IV-3) peut alors se mettre sous la forme :

$$E(M') = E(V', W') = \frac{R \cos \beta}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_M(V_P, W_P) L \left[\frac{(V'+V_0)^2 + (W'+W_0)^2}{D^2} \right] dV_P dW_P$$

$$\text{Soit : } E(M') = \frac{R \cos \beta}{D^2} L \left[\frac{(V'+V_0)^2 + (W'+W_0)^2}{D^2} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_M(V_P, W_P) dV_P dW_P$$

$$\text{avec } \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_M(V_P, W_P) dV_P dW_P = S_m \cos i_0$$

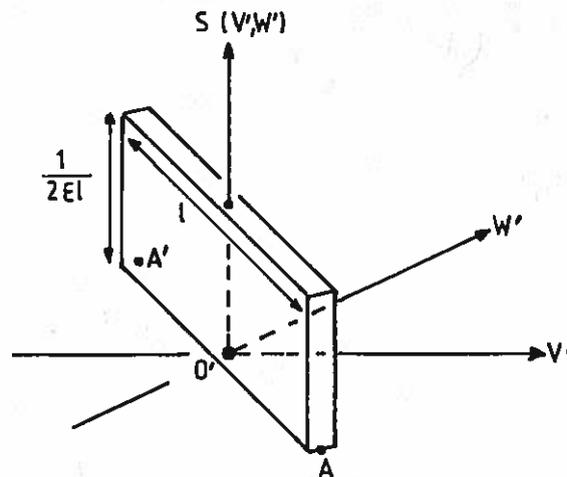


fig IV-9 : $S(V', W')$ est la distribution limite de celle qui est représentée ci-dessus lorsque ϵ tend vers 0.

Cette expression est équivalente à :

$$E(M') = E(V', W') = \frac{R \cos \beta}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_m \cos i_0 \delta(V, W) \\ \times L \left[\frac{(V - (V' + V_0))^2 + (W - (W' + W_0))^2}{D^2} \right] dv dw$$

où $\delta(V, W)$ est la distribution de Dirac centrée sur l'origine : dans ce cas, on peut poser :

$$R I_n(V', W') = S_m \cos i_0 \delta(V', W') \quad (IV-22)$$

et la réponse impulsionnelle de la facette réflectrice se réduit à un point, ce qui n'est possible que si la facette est localement paraboloidale (voir le paragraphe 5.5 du chapitre III). La distribution de Dirac étant l'élément neutre de l'opération de convolution, la relation (IV-11) se réduit alors à :

$$E(M') = E(V', W') = \frac{R \cos \beta}{D^2} S_m \cos i_0 L_g(V' - V_0, W' - W_0)$$

ce qui correspond à une image géométrique parfaite du soleil.

b) la matrice q n'est pas nulle, mais l'une au moins de ses valeurs propres λ_1 et λ_2 l'est, et les relations (IV-7) sont linéairement dépendantes. Dans ces conditions, le domaine (D_n) image de la surface du miroir se réduit à un segment de droite AA' de longueur l , sur lequel C_I prend une valeur infinie (c'est le cas par exemple des focales d'astigmatisme d'un miroir sphérique); nous considérerons alors que la réponse impulsionnelle de la facette réfléchissante est proportionnelle à une fonction $S(V',W')$ d'intégrale égale à 1, et définie comme la limite d'une fonction fente de longueur l , de largeur 2ϵ et de hauteur $l/2\epsilon l$, lorsque ϵ tend vers 0 (fig. IV-9). Nous écrivons donc

$$RI_n(V',W') = S_m \cos i_0 S(V',W') \quad (IV-23)$$

Bien sûr, l'évaluation du produit de convolution (IV-11) n'en est pas rendue plus facile pour autant; il est alors nécessaire d'utiliser des méthodes numériques, ou de revenir à la source, qui est la relation (IV-3). En pratique ce problème, ainsi d'ailleurs que le précédent, ne se présentera qu'exceptionnellement, et ceci même dans le cas d'une installation comprenant un très grand nombre de miroirs.

Enfin, et en guise de conclusion, nous donnons l'expression du flux total ϕ_t réfléchi par le miroir, déduite des deux vues en trou d'épingle définies par les produits de convolution (IV-11) et (IV-13), et qui s'obtient en intégrant les expressions de $E(M')$ données par ces deux relations; on sait en effet que l'intégrale d'un produit de convolution est égale au produit des intégrales des termes qui le composent. On déduit alors facilement les expressions de ϕ_t des relations et remarques qui ont été formulées dans les alinéas 1 à 4. On trouve que :

$$\phi_t = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(V',W') dV' dW' = \frac{R \cos \beta}{D^2} \left[C_I \frac{S_m \cos i_0}{C_I} \right] [D^2 E_0]$$

$$\text{soit } \phi_t = R \cos \beta S_m \cos i_0 E_0 \quad (IV-24)$$

dans le cas de la vue en trou d'épingle projetée dans le plan normal aux rayons réfléchis $O'YvZv$, et :

$$\phi_t = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(Y', Z') dY' dZ' = \frac{R \cos \beta}{D^2} \left[C_I \cos \beta \frac{S_m \cos i_0}{C_I \cos \beta} \right] \left[\frac{D^2 E_0}{\cos \beta} \right]$$

soit $\phi_t = R S_m \cos i_0 E_0$ (IV-25)

dans le cas de la vue en trou d'épingle exprimée directement dans le plan récepteur.

Il apparaît que ces deux formulations, qui sont pourtant strictement équivalentes en termes de répartitions de densité de flux, donnent deux résultats différents pour le flux total réfléchi par une facette réfléchissante. Bien sûr, c'est l'expression (IV-25) qui est correcte, car elle permet de retrouver la règle qui veut que ϕ_t soit égal au produit du coefficient de réflexion R du miroir, de l'éclairement solaire direct E_0 , et de la surface efficace du miroir $S_m \cos i_0$. Par ailleurs, il est normal que le flux renvoyé par une facette ne dépende pas de l'inclinaison du plan récepteur. La vue en trou d'épingle projetée dans le plan récepteur (relation (IV-13)) marque donc ici un avantage très net sur celle qui est exprimée dans le plan normal aux rayons réfléchis (relation (IV-11)), et qui est aussi celle de l'approximation de Courrèges. Cette dernière devra être utilisée avec circonspection lors de certains traitements numériques des répartitions d'éclairement calculées.

3) INTRODUCTION DE DEFAUTS ALEATOIRES DE REGLAGE

Ceux-ci vont maintenant être introduits dans les vues en trou d'épingle par l'intermédiaire des termes V_0 et W_0 . On rappelle que :

$$\begin{cases} V_0 = 2D (-C_{33} a_r + C_{32} h_r) \\ W_0 = 2D (C_{23} a_r - C_{22} h_r) \end{cases} \quad (IV-26)$$

où a_r et h_r sont respectivement les erreurs de réglage d'une facette réfléchissante en azimut et en hauteur; nous supposons par ailleurs que les termes en Y_{01} et Z_{01} qui interviennent également dans les expressions de V_0 et W_0 (voir les relations (III-33) et (III-34)) dans le cas d'héliostats plans (termes de translation) ou d'héliostats focalisants sphériques (termes d'astigmatisme) ont été inclus dans les réponses impulsionnelles $RI_n(V', W')$ et $RI(Y', Z')$, ce qui, comme on l'a vu, n'a pour effet que de faire subir une simple translation à ces dernières, respectivement dans les plans $O'YvZv$ et $O'Y'Z'$.

3.1) Cas général

a_r et h_r sont deux variables aléatoires, que l'on suppose indépendantes, et dont les lois de densité de probabilité seront notées $pa(a_r)$ et $ph(h_r)$. Alors, dans le cas d'une installation comprenant un grand nombre de facettes réfléchissantes, l'expression de la répartition de densité de flux dans le plan récepteur $E(M')$ est définie par la relation (IV-16), reproduite ci-dessous :

$$E(M') = E(Y', Z') = \sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} RI_j(Y', Z') * L_j^i(Y', Z') \quad (IV-16)$$

Or les termes V_0 et W_0 interviennent dans les fonctions $L_j^i(Y', Z')$. En effet, d'après la relation (IV-15) (*) :

$$L_j^i(Y', Z') = L \left[\frac{C_{22}^i Y'^2 + C_{23}^i Z'^2 - V_0}{D_j^2} + \frac{C_{32}^i Y' + C_{33}^i Z' - W_0}{D_j^2} \right] \quad (IV-15)$$

L'ensemble des relations (IV-26), (IV-15) et (IV-16) nous permet de conclure que $E(M')$ est une fonction aléatoire de a_r et h_r . Puisque l'installation étudiée comporte un grand nombre de facettes, nous postulons qu'en tout point M' du plan récepteur, l'éclairement qu'on peut y observer est égal à l'espérance mathématique de $E(M')$, notée $\langle E(M') \rangle$. Alors, d'après la relation (IV-15):

$$\langle E(M') \rangle = \sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} RI_j(Y', Z') * L_{Rj}^i(Y', Z') \quad (IV-27)$$

$$\text{où } L_{Rj}^i(Y', Z') = \langle L_j^i(Y', Z') \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_j^i(Y', Z') pa(a_r) ph(h_r) da_r dh_r \quad (IV-28)$$

Nous cherchons maintenant à exprimer $L_{Rj}^i(Y', Z')$ sous forme d'un produit de convolution; pour cela, nous posons :

$$\begin{cases} V_0 = C_{22}^i Y_0' + C_{33}^i Z_0' \\ W_0 = C_{32}^i Y_0' + C_{33}^i Z_0' \end{cases} \quad (IV-29)$$

(*) En toute rigueur, il conviendrait d'attribuer également à C_{22}^i , C_{23}^i , C_{32}^i et C_{33}^i l'indice j , de même qu'à C_{22} , C_{23} , C_{32} , C_{33} et i_0 . Nous ne l'avons pas fait dans le souci d'alléger les formules analytiques.

et Y'_0 et Z'_0 sont donc les coordonnées de la projection dans le plan récepteur du point de coordonnées (V_0, W_0) , exprimées dans le plan perpendiculaire aux rayons réfléchis. Par ailleurs, le système de relations (IV-26) n'est inversible en a_r et h_r que si i_0 est différent de 90° :

$$a_r = - \frac{1}{2 D_j \cos i_0} (C_{22} V_0 + C_{32} W_0) \quad (IV-30)$$

$$h_r = - \frac{1}{2 D_j \cos i_0} (C_{23} V_0 + C_{33} W_0)$$

Alors, en donnant une nouvelle définition de $L'_j(Y', Z')$:

$$L'_j(Y', Z') = L \left[\frac{(C'_{22} Y' + C'_{23} Z')^2 + (C'_{32} Y' + C'_{33} Z')^2}{D_j^2} \right] \quad (IV-31)$$

qui reste la fonction image du soleil projetée dans le plan récepteur, mais recentrée sur le point O' , l'ensemble de relations (IV-28) à (IV-31) nous permet de déduire l'expression suivante pour $L'_{Rj}(Y', Z')$, compte tenu que :

$$da_r dh_r = \frac{dV_0 dW_0}{4 D_j^2 \cos i_0} = \frac{\cos \beta_j dY'_0 dZ'_0}{4 D_j^2 \cos i_0}$$

$$L'_{Rj}(Y', Z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L'_j(Y' - Y'_0, Z' - Z'_0) P'_{Rj}(Y'_0, Z'_0) dY'_0 dZ'_0 \quad (IV-32)$$

où $P'_{Rj}(Y', Z')$ est définie par la relation

$$P'_{Rj}(Y', Z') = \frac{\cos \beta_j}{4 D_j^2 \cos i_0} pa \left[\frac{(C_{22} C'_{22} + C_{32} C'_{32}) Y' + (C_{22} C'_{23} + C_{32} C'_{33}) Z'}{-2 D_j \cos i_0} \right] \\ \times ph \left[\frac{(C_{23} C'_{22} + C_{33} C'_{32}) Y' + (C_{23} C'_{23} + C_{33} C'_{33}) Z'}{-2 D_j \cos i_0} \right] \quad (IV-33)$$

$P'_{Rj}(Y', Z')$ est en réalité la projection du produit des fonctions caractéristiques des défauts de réglage $pa(a_r)$ $ph(h_r)$ dans le plan récepteur. De plus, elle dépend de la position de la facette réfléchissante considérée sur l'installation, par l'intermédiaire des coefficients C_{22} , C_{23} , C_{32} et C_{33} . Il apparaît alors que $L'_{Rj}(Y', Z')$ est le produit de convolution de $L'_j(Y', Z')$ avec $P'_{Rj}(Y', Z')$:

$$L'_{Rj}(Y', Z') = L'_j(Y', Z') * P'_{Rj}(Y', Z') \quad (IV-34)$$

et que finalement :

$$\langle E(M') \rangle = E(Y', Z') = \sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} R_{I_j}(Y', Z') * L_j(Y', Z') * P_{R_j}(Y', Z') \quad (\text{IV-35})$$

L'introduction des défauts de réglage des facettes réfléchissantes se traduit donc, dans la vue en trou d'épingle, par l'ajout d'un deuxième produit de convolution dans l'expression de $E(M')$. Ceci aura essentiellement deux conséquences pratiques, qui seront d'abaisser les valeurs maximales possibles pour les facteurs de concentration, et d'élargir la surface couverte par la tache image. Ces deux conséquences vont bien dans le sens d'une dégradation globale des performances énergétiques de l'installation, et ceci quelle que soit l'allure des distributions d'erreur $pa(a_r)$ et $ph(h_r)$.

Il est à présent nécessaire d'étudier l'allure générale de la fonction $P_{R_j}(Y', Z')$. Toutefois cette étude risque d'être assez complexe, car l'expression de $P_{R_j}(Y', Z')$ dépend des lois de densité de probabilité des variables aléatoires a_r et h_r , de l'emplacement de la facette réfléchissante sur l'installation, et de l'orientation réelle du plan récepteur dans l'espace. Tenir compte de ces trois facteurs en même temps nous amènerait à des calculs complexes qui n'auraient guère de signification géométrique. Nous étudierons donc, dans toute la suite des paragraphes 3 et 4, une fonction intermédiaire $P_{R_j}(V', W')$ définie comme suit :

$$P_{R_j}(V', W') = P_{R_j}(C_{22}'Y' + C_{23}'Z', C_{32}'Y' + C_{33}'Z') = \frac{P_{R_j}(Y', Z')}{\cos \beta_j} \quad (\text{IV-36})$$

D'après les relations (IV-5), $P_{R_j}(V', W')$ apparaît comme la fonction d'erreur projetée dans le plan $O'YvZv$ normal aux rayons réfléchis par la facette, et $P_{R_j}(Y', Z')$ se déduit de $P_{R_j}(V', W')$ par une deuxième projection sur le plan récepteur. Ceci nous permet de ramener l'étude de la fonction $P_{R_j}(Y', Z')$ à celle de $P_{R_j}(V', W')$, le passage de la seconde à la première s'effectuant comme il est indiqué dans le paragraphe 2.3. L'expression générale de $P_{R_j}(V', W')$ se déduit alors facilement des relations (IV-33) et (IV-36), et l'on obtient :

$$P_{R_j}(V', W') = \frac{1}{4D_j^2 \cos i_0} pa \left[\frac{C_{22}V' + C_{32}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] ph \left[\frac{C_{23}V' + C_{33}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] \quad (\text{IV-37})$$

Il apparaît que si les lois de densité de probabilité $p_a(a_r)$ et $p_h(h_r)$ ont été normalisées à 1, $P_{Rj}(V', W')$ l'est également.

Nous allons à présent étudier l'allure de cette fonction d'erreur, ou cône d'erreur, dans le cas particulier où les défauts aléatoires de réglage a_r et h_r suivent des lois normales.

3.2) Loi normale elliptique

$p_a(a_r)$ et $p_h(h_r)$ sont ici des lois normales de moyennes nulles, et dont les écarts types sont respectivement notés σ_a et σ_h :

$$p_a(a_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a}} e^{-\frac{a_r^2}{2\sigma_a^2}} \quad (IV-38)$$

$$p_h(h_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_h}} e^{-\frac{h_r^2}{2\sigma_h^2}}$$

Alors, en reportant ces relations dans l'expression de $P_{Rj}(V', W')$ donnée au paragraphe précédent, on trouve que :

$$P_{Rj}(V', W') = \frac{1}{8\pi\sigma_a\sigma_h D_j^2 \cos i_0} e^{-\frac{1}{8D_j^2 \cos i_0} \left[\frac{(C_{22}V' + C_{32}W')^2}{\sigma_a^2} + \frac{(C_{23}V' + C_{33}W')^2}{\sigma_h^2} \right]} \quad (IV-39)$$

Il s'agit donc d'une loi normale elliptique en V' et W' dont il faut maintenant préciser les principaux éléments : ceux-ci se réduisent essentiellement aux valeurs des grand et petit axes, ainsi qu'à leurs directions respectives dans le plan $O'YvZv$, perpendiculaire aux rayons réfléchis.

3.3) Etude sommaire du cône d'erreur

Les courbes de niveau de la fonction $P_{Rj}(V', W')$ sont des ellipses dont l'équation générale est donnée par la relation :

$$\frac{(C_{22}V' + C_{32}W')^2}{\sigma_a^2} + \frac{(C_{23}V' + C_{33}W')^2}{\sigma_h^2} = k^2 \quad (IV-40)$$

Il n'y a pas lieu de revenir ici sur la méthode de réduction de ce type d'équation, d'abord parce que nous l'avons déjà largement utilisée auparavant, et ensuite parce qu'on la retrouve également dans l'étude générale des cônes d'erreur qui a été

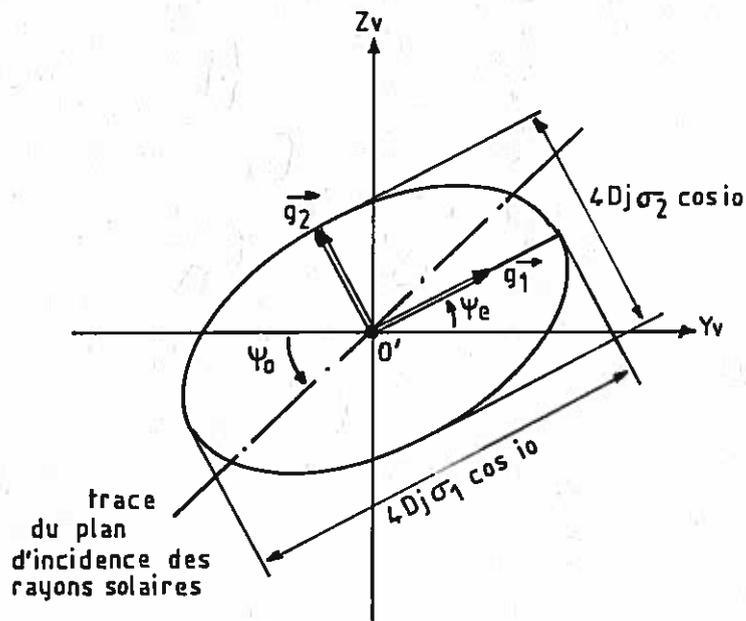


fig IV-10 : Projection du cône d'erreur $P_{Rj}(V', W')$ dans un plan normal aux rayons réfléchis : cas général.

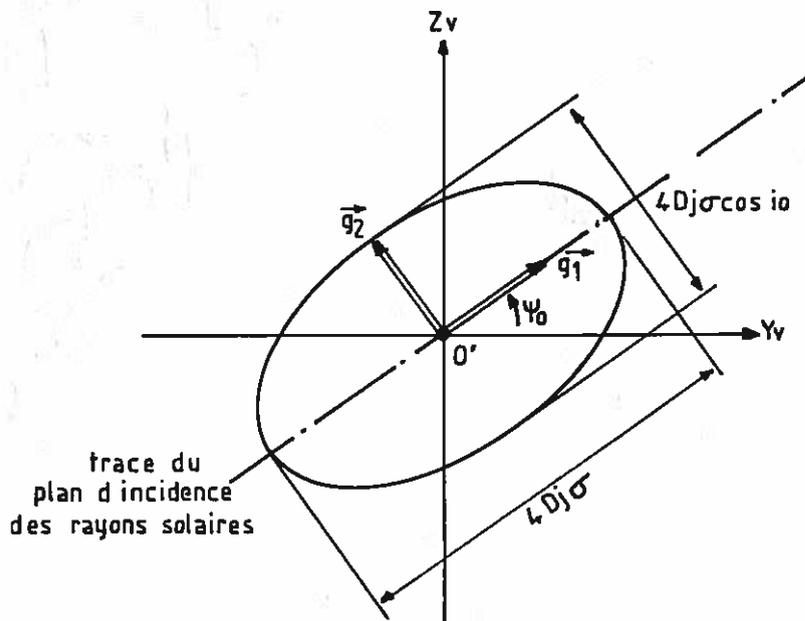


fig IV-11 : Projection du cône d'erreur $P_{Rj}(V', W')$ dans un plan normal aux rayons réfléchis : cas d'une distribution d'erreur circulaire sur les normales.

effectuée pour le modèle américain HELIOS [59]. Dans ces conditions, la matrice G de la forme quadratique associée à l'équation (IV-40) s'écrit :

$$G = \begin{bmatrix} \frac{C_{22}^2}{\sigma_a^2} + \frac{C_{23}^2}{\sigma_h^2} & \frac{C_{22}C_{32}}{\sigma_a^2} + \frac{C_{23}C_{33}}{\sigma_h^2} \\ \frac{C_{22}C_{32}}{\sigma_a^2} + \frac{C_{23}C_{33}}{\sigma_h^2} & \frac{C_{32}^2}{\sigma_a^2} + \frac{C_{33}^2}{\sigma_h^2} \end{bmatrix}$$

et l'équation aux valeurs propres de G peut se mettre sous la forme :

$$\lambda^2 - \left[\frac{1 - \cos^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{\sigma_a^2} + \frac{1 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{\sigma_h^2} \right] \lambda + \frac{\cos^2 i_0}{\sigma_a^2 \sigma_h^2} = 0$$

compte tenu des propriétés et expressions des coefficients (C_{ij}) données au paragraphe 5.1 du chapitre II. Cette équation admet deux racines, qui sont les valeurs propres de G, et que l'on note $1/\sigma_1^2$ et $1/\sigma_2^2$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_1^2} &= \left[\frac{1 - \cos^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_a^2} + \frac{1 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_h^2} \right] \\ &\quad - \sqrt{\left[\frac{1 - \cos^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_a^2} + \frac{1 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_h^2} \right]^2 - \frac{\cos^2 i_0}{\sigma_a^2 \sigma_h^2}} \\ \frac{1}{\sigma_2^2} &= \left[\frac{1 - \cos^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_a^2} + \frac{1 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_h^2} \right] \\ &\quad + \sqrt{\left[\frac{1 - \cos^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_a^2} + \frac{1 - \sin^2 \phi_0 \sin^2 i_0}{2\sigma_h^2} \right]^2 - \frac{\cos^2 i_0}{\sigma_a^2 \sigma_h^2}} \end{aligned} \quad (IV-41)$$

et les cosinus directeurs des vecteurs propres \vec{g}_1 et \vec{g}_2 respectivement associés aux valeurs propres $1/\sigma_1^2$ et $1/\sigma_2^2$ s'expriment, dans le plan O'YvZv :

$$\vec{g}_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi_e \\ \sin \psi_e \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{g}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \psi_e \\ \cos \psi_e \end{bmatrix}$$

où ψ_e est défini par la relation :

$$\text{tg } \psi_e = \frac{\frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{C_{22}^2}{\sigma_a^2} + \frac{C_{23}^2}{\sigma_h^2}}{\frac{C_{22}C_{32}}{\sigma_a^2} + \frac{C_{23}C_{33}}{\sigma_h^2}} \quad (IV-42)$$

Alors, le cône d'erreur $P_{Rj}(V', W')$ peut se mettre sous la forme :

$$P_{Rj}(V_e, W_e) = \frac{1}{8\pi\sigma_a\sigma_h D_j^2 \cos i_0} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{V_e^2}{4D_j^2 \sigma_1^2 \cos^2 i_0} + \frac{W_e^2}{4D_j^2 \sigma_2^2 \cos^2 i_0} \right]} \quad (IV-43)$$

où V_e et W_e sont des coordonnées rapportées aux axes de l'ellipse liés aux vecteurs \vec{g}_1 et \vec{g}_2 (fig.IV-10), et vérifiant les relations :

$$\begin{cases} V_e = \cos \psi_e V' + \sin \psi_e W' \\ W_e = -\sin \psi_e V' + \cos \psi_e W' \end{cases}$$

Nous avons représenté sur la figure IV-10 l'ellipse caractéristique de la distribution, sur laquelle la valeur de l'exponentielle reste constamment égale à $e^{-1/2}$. Enfin, nous signalons que dans tous les cas la relation :

$$\sigma_1 \sigma_2 \cos i_0 = \sigma_a \sigma_h \quad (\text{IV-44})$$

est applicable; elle est déduite des deux expressions différentes du déterminant de la matrice G.

Nous considérons maintenant le cas où $\sigma_a = \sigma_h = \sigma$, ce qui revient à supposer que la distribution d'erreur sur les normales aux facettes réflectrices est une loi normale circulaire. Le cône d'erreur s'en trouvera simplifié, mais ce cas semble malheureusement assez improbable en réalité. Quoi qu'il en soit, la matrice G peut alors se mettre sous la forme :

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1 - \cos^2 \psi_0 \sin^2 i_0}{\sigma^2} & \frac{-\sin \psi_0 \cos \psi_0 \sin^2 i_0}{\sigma^2} \\ \frac{-\sin \psi_0 \cos \psi_0 \sin^2 i_0}{\sigma^2} & \frac{1 - \sin^2 \psi_0 \sin^2 i_0}{\sigma^2} \end{bmatrix}$$

et ceci, toujours d'après les propriétés des coefficients (C_{ij}); on rappelle que ψ_0 est l'angle que fait la trace du plan d'incidence des rayons solaires dans le plan $O'YvZv$ avec l'axe $O'Yv$ (cf. fig. III-15). Les valeurs propres de G s'écrivent alors :

$$\frac{1}{\sigma_1^2} = \frac{\cos^2 i_0}{\sigma^2}$$

$$\frac{1}{\sigma_2^2} = \frac{1}{\sigma^2}$$

D'autre part, les vecteurs propres \vec{g}_1 et \vec{g}_2 qui leur sont associés sont respectivement :

$$\vec{g}_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{g}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \psi_0 \\ \cos \psi_0 \end{bmatrix}$$

et le cône d'erreur $P_{Rj}(V', W')$ se met alors sous la forme :

$$P_{Rj}(V_e, W_e) = \frac{1}{8\pi\sigma^2 D_j^2 \cos i_0} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{V_e^2}{4D_j^2 \sigma^2} + \frac{W_e^2}{4D_j^2 \sigma^2 \cos^2 i_0} \right]} \quad (IV-45)$$

avec les mêmes définitions de V_e et W_e que pour la relation (IV-43). Dans ce cas, les demi grand axe et petit axe de l'ellipse caractéristique de la distribution valent respectivement $2D_j\sigma$ et $2D_j\sigma \cos i_0$, et l'on arrive alors aux mêmes conclusions qu'Umarov, Zakhidov et Wainer (voir le paragraphe 4.4.1 de l'étude bibliographique) avec leur modèle de soleil fictif, à savoir que les écarts types caractéristiques du cône d'erreur des rayons réfléchis sont doubles de celui de la distribution d'erreur sur les normales, avec un facteur égal à $\cos i_0$ suivant une direction perpendiculaire au plan d'incidence; tous ces résultats se trouvent par ailleurs résumés sur la figure IV-11. Mais l'analogie avec la méthode de soleil fictif s'arrête là, car il ne faut pas oublier que nous nous plaçons ici dans le cadre d'une formulation en trou d'épingle qui repose sur un principe différent : celui-ci autorise en effet l'introduction de distributions d'erreurs $pa(a_r)$ et $ph(h_r)$ autres que les lois normales traditionnellement utilisées, ainsi que la projection du cône d'erreur $P_{Rj}(V', W')$ sur le plan récepteur, ce qui a évidemment pour effet de modifier son allure. L'expression de $\langle E(M') \rangle$ donnée par la relation (IV-35) est donc d'une grande généralité, que nous nous proposons d'étendre plus loin encore par la prise en compte des autres défauts caractéristiques des installations solaires. Mais auparavant, il faut voir dans quelle mesure cette expression peut, dès à présent, être appliquée aux héliostats plans ou focalisants.

4) APPLICATION AUX HELIOSTATS

Nous nous proposons d'établir ici une version des relations (IV-16) et (IV-35) adaptée au cas des héliostats, en vue d'obtenir une expression simplifiée de la perte en concentration au centre de leur tache image, introduite par leurs défauts de réglage.

4.1) Cas des héliostats focalisants

4.1.1) Expression simplifiée de la densité de flux

Nous savons déjà que dans le cas des héliostats plans et focalisants, les repères R_{ri} peuvent respectivement être remplacés par les repères R_{inst} et R_{ro} , qui en restent infiniment voisins (voir les paragraphes 4.2.1 et 4.3 du chapitre précédent). Dans ces conditions, les termes $\cos \beta_j$, D_j et R_j ne dépendent plus, au premier ordre près, de l'emplacement de la facette réfléchissante considérée sur l'héliostat, et il en sera de même de la fonction image géométrique du soleil $L_g(V', W')$, ainsi que du cône d'erreur des rayons réfléchis $P_{Rj}(V', W')$.

Par ailleurs, nous supposerons que le plan récepteur $O'Y'Z'$ est ici confondu avec le plan $O'YvZv$, normal aux rayons réfléchis par l'héliostat. Nous ne désirons en effet calculer le facteur de concentration $C(M')$ qu'en un seul point, qui est le point origine O' du plan récepteur, choisi comme point de tir; ceci nous permet de prendre β égal à 0. Alors, en notant $E_o(M')$ et $E_r(M')$ les répartitions de densité de flux respectivement formées par un héliostat exempt, puis affecté de défauts de réglage, on déduit, des relations (IV-16) et (IV-35) :

$$E_o(M') = E_o(V', W') = \frac{R}{D^2} L_g(V', W') * \left[\sum_{j=1}^{nt \text{ facettes}} RI_{nj}(V', W') \right] \quad (IV-46)$$

et

$$E_r(M') = E_r(V', W') = \frac{R}{D^2} L_g(V', W') * P_R(V', W') * \left[\sum_{j=1}^{nt \text{ facettes}} RI_{nj}(V', W') \right] \quad (IV-47)$$

où nt est le nombre de facettes réfléchissantes que comprend l'héliostat.

On peut réécrire les expressions de $E_o(M')$ et $E_r(M')$ données dans les relations précédentes en introduisant la réponse impulsionnelle $RI_{Hn}(V', W')$ de l'héliostat dans un plan récepteur normal aux rayons réfléchis (*). Alors :

(*) On rappelle que les termes caractéristiques de l'astigmatisme de l'héliostat sphérique ont été regroupés dans les fonctions $RI_{nj}(V', W')$, et qu'il n'en résulte, dans le plan $O'YvZv$, qu'une translation de ces dernières.

$$RIH_n(V', W') = \sum_{j=1}^{nt \text{ facettes}} RI_{nj}(V', W') \quad (IV-48)$$

$$E_o(M') = E_o(V', W') = \frac{R}{D^2} L_g(V', W') * RIH_n(V', W') \quad (IV-49)$$

$$E_r(M') = E_r(V', W') = \frac{R}{D^2} L_g(V', W') * P_R(V', W') * RIH_n(V', W') \quad (IV-50)$$

Nous cherchons maintenant à déterminer T_r , rapport des éclairagements atteints au centre de la tache image de l'héliostat, avec et sans erreurs de réglage. On pose :

$$T_r = \frac{E_r(O')}{E_o(O')} = \frac{E_r(0,0)}{E_o(0,0)} \quad (IV-51)$$

en supposant que le point O' est confondu avec le centre de la tache image de l'héliostat; cela est plus que vraisemblable, vu l'allure générale des fonctions qui interviennent dans les produits de convolution (IV-49) et (IV-50).

4.1.2) Calcul de la perte en concentration au centre. Une tolérance sur les erreurs de réglage

On sait que la valeur à l'origine d'un produit de convolution est égale à l'intégrale du produit des deux fonctions qui le composent. On peut donc écrire, par exemple pour $E_o(0,0)$:

$$E_o(0,0) = \frac{R}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_g(V,W) RIH_n(V,W) dV dW$$

Pour un héliostat focalisant, il est possible de faire une hypothèse simplificatrice, qui consiste à supposer que les dimensions du domaine (Dh) sur lequel la réponse impulsionnelle de l'héliostat n'est pas nulle sont faibles devant celles du disque de diamètre $2De_o$, domaine de l'image géométrique du soleil $L_g(V', W')$ (fig.IV-12). Nous supposerons de plus que $L_g(V', W')$ garde une valeur constante et maximale sur le domaine (Dh), qui reste égale à $L_g(0,0) = L_J$, dans le cas où l'on a choisi la loi de José (donnée par la relation (II-10)) pour représenter les variations de luminance à l'intérieur du disque solaire; ces dernières sont en effet très faibles au voisinage du centre du soleil, et le seront donc également au voisinage du point O' dans le plan récepteur. En fait, cette hypothèse sera d'autant meilleure que les distances D sont importantes, et les focales de l'héliostat et de ses modules réflecteurs

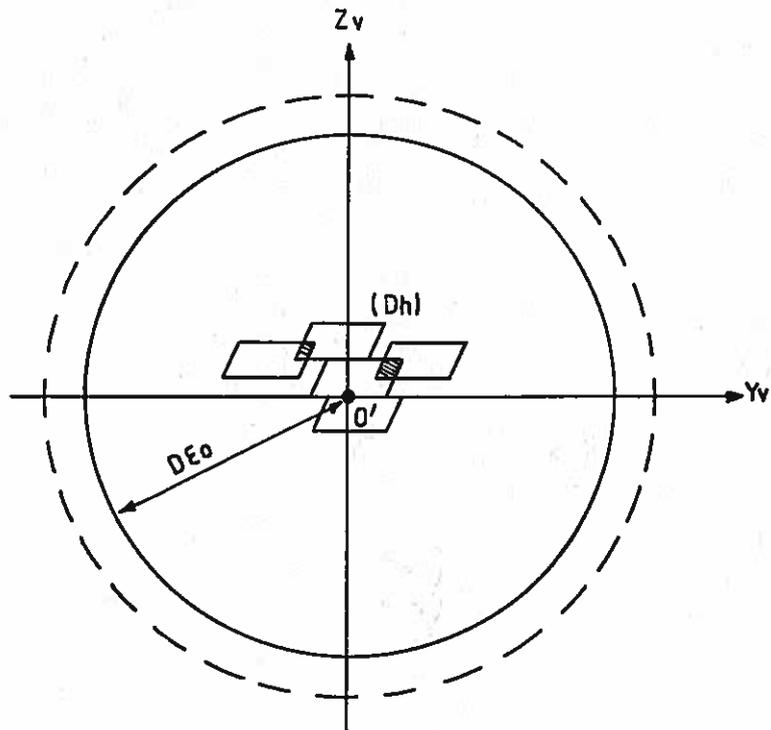


fig IV-12 : Calcul de la perte en concentration au centre de la tache image d'un héliostat focalisant, dans le cas où le domaine (Dh) couvert par l'ensemble des réponses impulsionnelles des facettes réfléchissantes est petit devant l'image du disque solaire.

proches de cette valeur idéale. De plus, les angles i_0 ne devront pas être trop importants, afin que l'astigmatisme de l'héliostat sphérique reste négligeable. Si ces conditions sont réunies, on peut alors écrire que :

$$E_0(0,0) \approx \frac{R}{D^2} L_J \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RIH_n(V,W) dV dW = \frac{R}{D^2} L_J I_H \quad (IV-52)$$

en notant I_H l'intégrale de la fonction $RIH_n(V,W)$ sur le plan récepteur.

Considérons maintenant le cas où les modules réflecteurs de l'héliostat focalisant présentent un dérèglement aléatoire : le produit de convolution (IV-50) peut alors se mettre sous la forme :

$$E_r(M') = E_r(V',W') = \frac{R}{D^2} L_f(V',W') * RIH_n(V',W')$$

où $L_f(V', W')$ définit un soleil fictif tel que :

$$L_f(V', W') = [L_g * P_R](V', W') \quad (IV-53)$$

L'hypothèse que nous avons faite plus haut reste valable, car le domaine de définition de $L_f(V', W')$ sera encore élargi par rapport au cercle de diamètre $2D\epsilon_0$, sous l'effet du produit de convolution avec $P_R(V', W')$; alors, en supposant que $L_f(V', W')$ garde une valeur constante et maximale, égale à $[L_g * P_R](0, 0)$ sur l'ensemble du domaine (Dh) , on trouve que :

$$E_x(0, 0) = \frac{R}{D^2} [L_g * P_R](0, 0) I_H \quad (IV-54)$$

et on déduit des relations (IV-51) à (IV-54) que :

$$T_x = \frac{[L_g * P_R](0, 0)}{L_g(0, 0)} = \frac{[L_g * P_R](0, 0)}{L_J} \quad (IV-55)$$

dans le cas où la loi de luminance solaire est la loi de José.

T_x peut également être mis sous une forme plus analytique :

$$T_x \approx \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L \left[\frac{v^2 + w^2}{D^2} \right] pa \left[\frac{C_{22}V + C_{32}W}{-2D \cos i_0} \right] ph \left[\frac{C_{23}V + C_{33}W}{-2D \cos i_0} \right] dv dw}{4D^2 \cos i_0 L(0)} \quad (IV-56)$$

d'après la relation (IV-37).

Il apparaît alors que dans le cas d'un héliostat focalisant, T_x ne dépend pas de la distance D qui sépare l'héliostat du point cible. Par contre, T_x est évidemment lié à la loi de luminance solaire $L(\epsilon)$ et aux lois de densité de probabilité des défauts de réglage a_r et h_r , ainsi qu'à l'orientation de la surface de l'héliostat par rapport au vecteur cible; il est donc intéressant d'étudier les variations de T_x en fonction des deux paramètres principaux que sont les écarts types des distributions de défauts de réglage, en azimut et en hauteur. Pour cela, il est nécessaire de se placer dans un cadre bien défini :

- La loi de luminance solaire $L(\epsilon)$ est la loi de José.
- Les lois $pa(a_r)$ et $ph(h_r)$ sont des lois normales de moyennes nulles et d'écart types σ_a et σ_h .
- L'orientation de l'héliostat, et en particulier la valeur de l'angle d'incidence des rayons solaires i_0 , est prise en compte par les coefficients (C_{ij}) de la matrice P_2 R_{ro-Ro} .

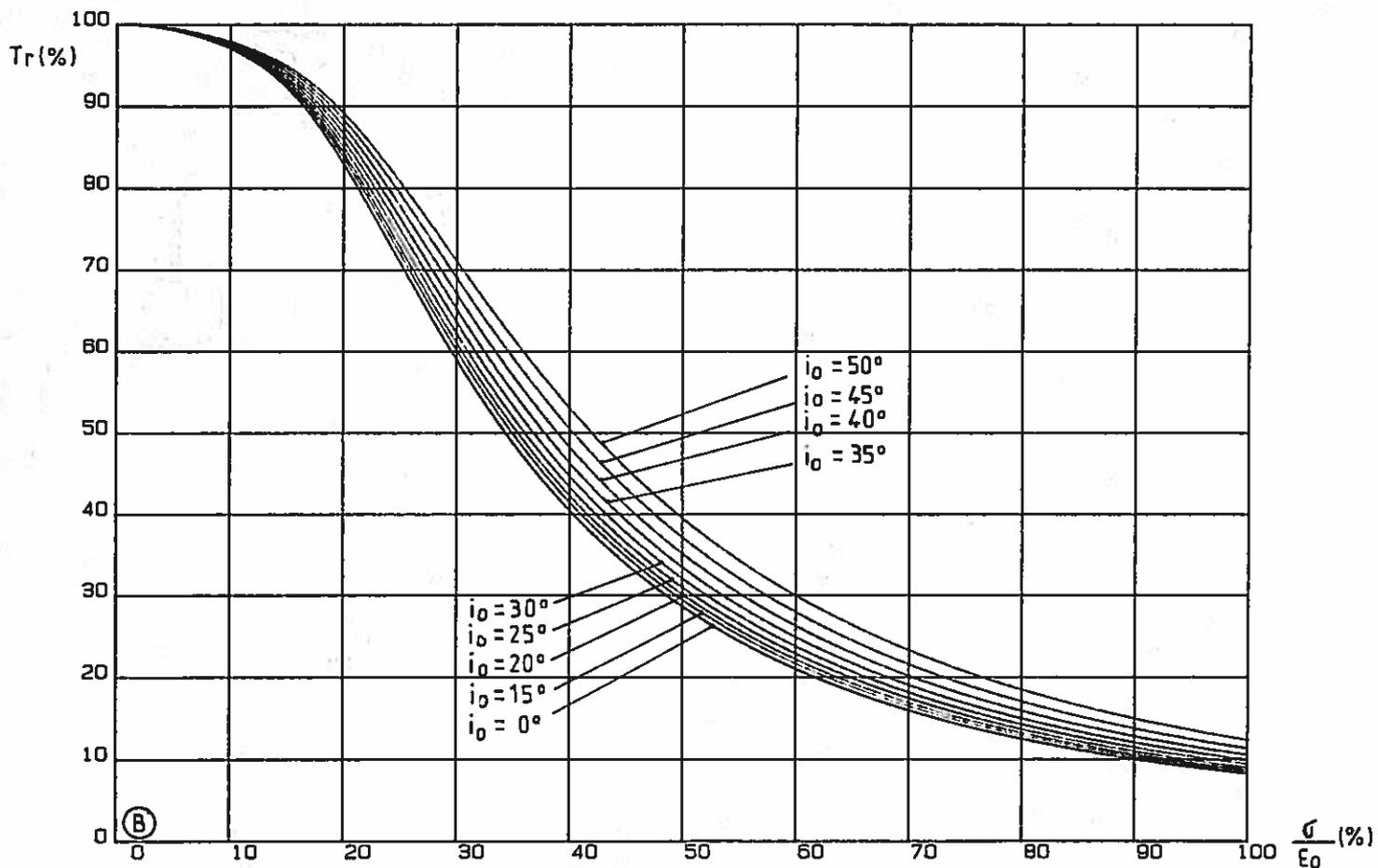
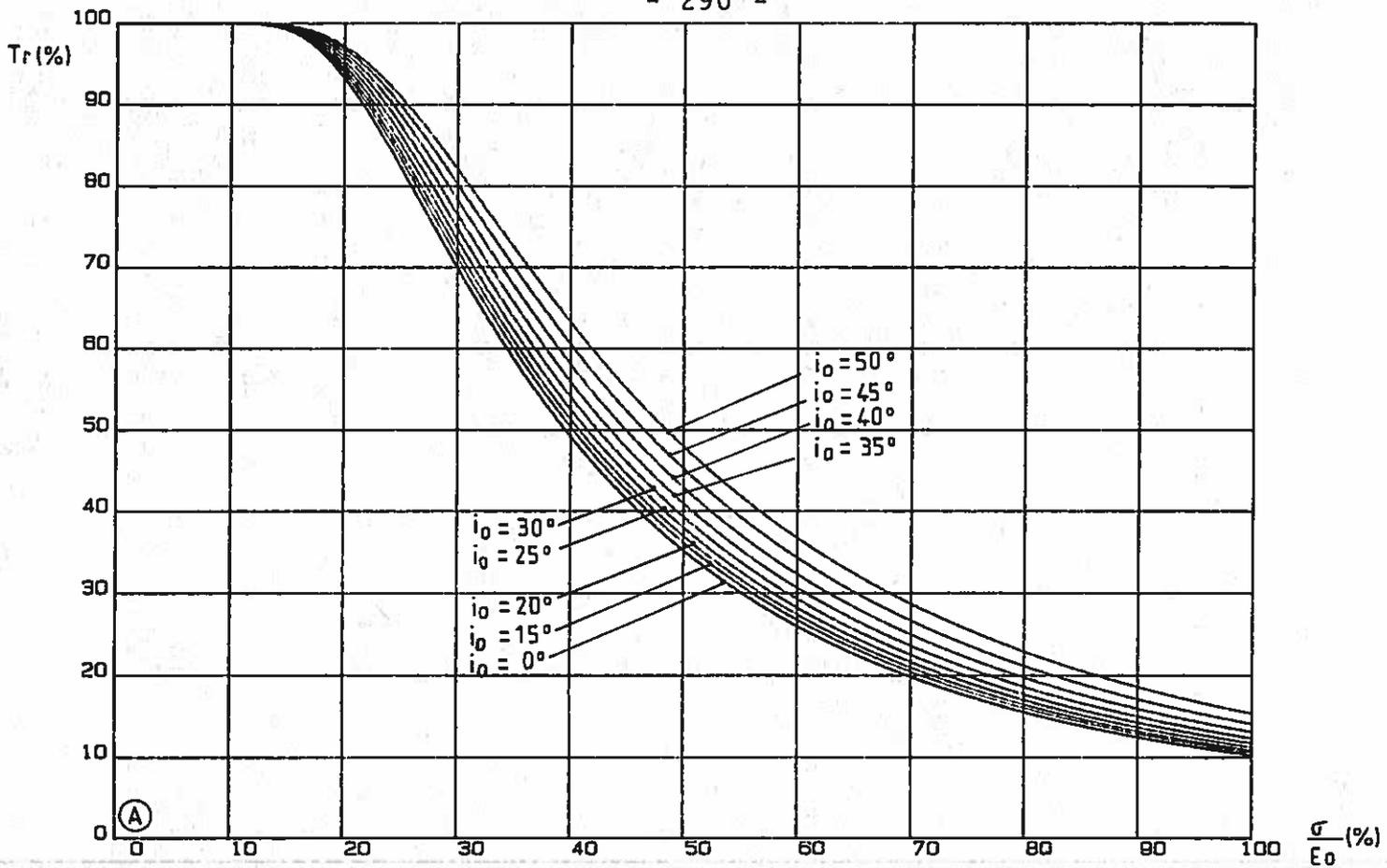


fig IV-13 : Courbes montrant l'évolution de T_r en fonction de $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$, pour différentes valeurs de l'angle d'incidence i_0 , dans le cas d'un soleil à luminance uniforme (A) et d'un soleil de José (B).

Dans ces conditions T_r est défini par la relation suivante :

$$T_r \approx \frac{\phi}{2D\epsilon_0} \iint \left[a_J + b_J \sqrt{1 - \frac{v^2 + w^2}{D^2 \epsilon_0^2}} \right] e^{-\frac{1}{8D^2 \cos^2 i_0} \left[\frac{(C_{22}v + C_{32}w)^2}{\sigma_a^2} + \frac{(C_{23}v + C_{33}w)^2}{\sigma_h^2} \right]} dv dw \quad (IV-57)$$

qu'il n'est pas possible d'exprimer sous une forme plus simple. Nous avons donc opté pour une résolution numérique, dont le principe est exposé en annexe VI, et qui a abouti à la réalisation d'un petit sous-programme de calcul permettant de déterminer T_r en fonction des écarts types σ_a et σ_h , et des coefficients (C_{ij}) de la matrice $P_2 R_{ro-R_0}$. La figure IV-13 nous présente une application particulière de ce sous-programme, pour laquelle les écarts types σ_a et σ_h ont été pris égaux à une même valeur σ (en d'autres termes, la distribution des erreurs sur les normales aux facettes réfléchissantes est une loi normale circulaire); nous y avons reproduit les courbes qui donnent les valeurs de T_r en fonction de σ pour différentes valeurs de l'angle d'incidence i_0 , et pour deux lois de luminance solaire différentes : celle du soleil à luminance uniforme L_0 et celle du soleil de José. On peut constater que pour un dérèglement aléatoire satisfaisant à une loi normale circulaire, T_r est toujours inférieur ou égal à 1, et que les familles de courbes obtenues diffèrent notablement suivant la loi de luminance solaire choisie. Mais on constate également qu'il existe toujours un seuil en dessous duquel les dérèglages n'ont presque plus d'influence sur la valeur du facteur de concentration au centre : dans le cas du soleil de José par exemple, la perte en concentration est au plus égale à 3 % lorsque σ reste inférieur ou égal à 0,5 mrad. Ce résultat, qui est plus réaliste que celui qu'on obtiendrait en considérant un soleil à luminance uniforme, nous permet de définir une tolérance sur les erreurs de réglage admissibles pour un héliostat focalisant : on considèrera que les performances énergétiques de celui-ci ne seront pas trop altérées si l'écart type des défauts de réglage ne dépasse pas 0,5 mrad. Par ailleurs, dans le cas d'un concentrateur fixe, la courbe caractéristique de la perte en concentration au foyer résultant des dérèglages de ses facettes réfléchissantes est une combinaison linéaire de celles qui apparaissent sur la figure IV-13 : ceci nous conduit à un critère de qualité sur le réglage du concentrateur sensiblement identique à celui que nous venons de formuler pour l'héliostat focalisant.

Enfin, il nous faut revenir sur ce résultat logique qui

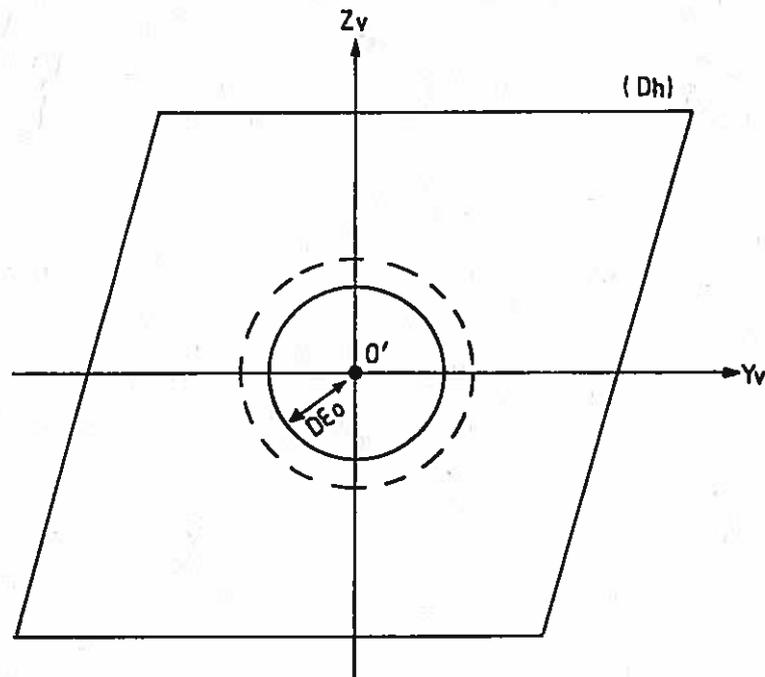


fig IV-14 : Calcul du facteur de réflexion apparent au centre de la tache image d'un héliostat plan, dans le cas où le plan récepteur est situé à faible distance de l'héliostat.

veut que T_r soit toujours inférieur ou égal à 1 si le dérèglement des modules de l'héliostat est aléatoire; on peut en effet en déduire qu'à l'inverse, si un héliostat donné, à un certain moment de la journée, réalise au centre de sa tache image un facteur de concentration supérieur à celui qu'il devrait réaliser, dans les mêmes conditions, s'il était parfaitement réglé, alors le dérèglement de ses modules réflecteurs n'est pas aléatoire, et doit avoir pour origine une cause optique ou mécanique précise, qu'il reste alors à identifier.

4.2) Cas des héliostats plans

Pour un héliostat plan, l'ensemble des relations (IV-46) à (IV-51) reste parfaitement valable; mais deux cas différents sont alors à considérer.

1) Le plan récepteur est situé à faible distance de l'hé-

liostat : ce cas a déjà été examiné dans le paragraphe 2.5 et on sait alors que les dimensions du domaine (Dh) de la réponse impulsionnelle $RIH_n(V', W')$ de l'héliostat plan, sur lequel celle-ci prend la valeur 1, sont grandes devant le cercle de diamètre $2D\epsilon_0$ qui constitue le domaine de l'image géométrique du soleil $L_g(V', W')$.

Alors :

$$E_O(O') = E_O(0,0) = \frac{R}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RIH_n(V,W)L_g(V,W)dVdW = \frac{R}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_g(V,W)dVdW = RE_O$$

d'après les résultats du paragraphe 2.6. D'autre part on peut également écrire :

$$E_R(O') = E_R(0,0) = \frac{R}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RIH_n(V,W)L_f(V,W)dVdW = \frac{R}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_f(V,W)dVdW$$

à condition que les dimensions du domaine de la fonction $L_f(V', W')$ définie par la relation (IV-53) restent faibles devant celles du domaine (Dh) (fig.IV-14). Or les écarts types des distributions d'erreurs de réglage observées sur les héliostats plans restent souvent nettement inférieurs au rayon angulaire apparent du soleil ϵ_0 : on peut donc penser que le domaine de la fonction $L_f(V', W')$ est voisin de celui de la fonction image géométrique du soleil $L_g(V', W')$ et, par conséquent, que cette hypothèse est bien fondée. Alors, l'intégrale du produit de convolution étant égale au produit des intégrales des termes qui le composent, on trouve que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_f(V,W)dVdW = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_g(V,W)dVdW \right] \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_R(V,W)dVdW \right] = D^2 E_O$$

puisque la fonction $P_R(V', W')$ a pour intégrale 1. On obtient finalement :

$$E_R(O') = RE_O$$

et
$$T_R = \frac{E_R(O')}{E_O(O')} = 1 \quad (IV-58)$$

Dans le cas où le plan récepteur est situé à faible distance de l'héliostat plan, il n'y a donc pas de diminution du facteur de réflexion apparent sous l'effet des défauts de réglage.

2) Le plan récepteur est situé à grande distance de l'héliostat plan, de sorte que les dimensions du domaine (Dh) sont devenues très faibles devant le cercle de diamètre $2D\epsilon_0$. On est alors

exactement dans la même configuration qu'au paragraphe 4.1.2 concernant l'héliostat focalisant, et tous les résultats, remarques et conclusions qui y ont été formulés s'appliquent également ici.

5) FORMULATION GENERALE DE L'INTEGRALE DE DENSITE DE FLUX

5.1) Défauts microscopiques et défauts locaux de surface

Les défauts microscopiques et les défauts locaux de surface qui affectent le plus souvent les facettes réfléchissantes des installations solaires ont été étudiés aux paragraphes 3.2.1 et 3.2.2 du chapitre I. Certains auteurs ont pris l'habitude de les considérer comme aléatoires, et il est alors intéressant de les introduire dans nos formulations en trou d'épingle.

Désignons respectivement par a_m et h_m les erreurs microscopiques en azimuth et en hauteur sur la normale \vec{N}_p en un point P de la facette réfléchissante, et par a_s et h_s les erreurs de surface en azimuth et en hauteur en ce point. Alors l'expression des cosinus directeurs de \vec{N}_p dans le repère R_{soi} lié à la facette réfléchissante (voir le paragraphe 4.2.1 du chapitre précédent) est, au premier ordre :

$$\vec{N}_p \approx \begin{bmatrix} 1 \\ -f'_y + a_m + a_s \\ -f'_z + h_m + h_s \end{bmatrix}$$

Soit $\vec{N}_p = \vec{N}_{soi} + \Delta\vec{N}_p$, où $\Delta\vec{N}_p$ a pour composantes $(0, -f'_y + a_m + a_s, -f'_z + h_m + h_s)$. A partir de là, le calcul du vecteur \vec{R}_{po} , puis la détermination des termes V_0 et W_0 qui interviennent dans l'équation des courbes iso-luminance (cf. relations (III-33) à (III-35)) se fait exactement de la même manière qu'au chapitre précédent; il y a simplement lieu d'ajouter respectivement à V_0 et W_0 les termes :

$$\begin{cases} V_{0m} = 2D (-C_{33}a_m + C_{32}h_m) \\ W_{0m} = 2D (C_{23}a_m - C_{22}h_m) \end{cases} \quad (IV-59)$$

et

$$\begin{cases} V_{0s} = 2D (-C_{33}a_s + C_{32}h_s) \\ W_{0s} = 2D (C_{23}a_s - C_{22}h_s) \end{cases} \quad (IV-60)$$

Ensuite, si l'on désigne par $pma(a_m)$, $pmh(h_m)$, $psa(a_s)$ et $psh(h_s)$ les lois de densité de probabilité des variables aléatoires

indépendantes a_m, h_m, a_g et h_g , et qu'on cherche à déterminer l'espérance mathématique de $E(M')$, qui devient alors une fonction aléatoire de ces quatre variables, il faut suivre le même raisonnement que celui qui a été exposé au paragraphe 3.1, en procédant notamment à des changements de variables du même type; en particulier, il est nécessaire de remplacer V_0 et W_0 respectivement par $(V_0+V_{0m}+V_{0g})$ et $(W_0+W_{0m}+W_{0g})$ dans l'expression de $L'(Y',Z')$ donnée par la relation (IV-15) : on aboutit finalement à l'expression générale de $\langle E(M') \rangle$, sous forme d'une somme de produits de convolution :

$$\langle E(M') \rangle = E(Y',Z') = \sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} [R_{Ij} * L_j' * P_{Rj}' * P_{Mj}' * P_{Sj}'](Y',Z') \quad (\text{IV-61})$$

où $P_{Mj}'(Y',Z')$ est le cône d'erreurs microscopiques de la $j^{\text{ème}}$ facette réflectrice, et $P_{Sj}'(Y',Z')$ son cône d'erreurs de surface, tous deux projetés dans le plan récepteur. De même que $P_{Rj}'(Y',Z')$ était défini par la relation (IV-33), $P_{Mj}'(Y',Z')$ et $P_{Sj}'(Y',Z')$ seront définis par les relations suivantes, qui sont du même type :

$$P_{Mj}'(Y',Z') = \frac{\cos \beta_j}{4D_j^2 \cos i_0} p_{ma} \left[\frac{C_{22}V' + C_{32}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] p_{mh} \left[\frac{C_{23}V' + C_{33}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] \quad (\text{IV-62})$$

$$P_{Sj}'(Y',Z') = \frac{\cos \beta_j}{4D_j^2 \cos i_0} p_{sa} \left[\frac{C_{22}V' + C_{32}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] p_{sh} \left[\frac{C_{23}V' + C_{33}W'}{-2D_j \cos i_0} \right] \quad (\text{IV-63})$$

avec

$$\begin{cases} V' = C_{22}'Y' + C_{23}'Z' \\ W' = C_{32}'Y' + C_{33}'Z' \end{cases} \quad (\text{IV-5})$$

Evidemment, cette formulation plus générale de $\langle E(M') \rangle$ implique que les lois d'erreurs p_{ma} , p_{mh} , p_{sa} et p_{sh} soient précisément connues, ce qui suppose la mise en oeuvre de méthodes d'évaluation adaptées aux défauts microscopiques et aux défauts de surface des facettes réflectrices. Le calcul des performances énergétiques attendues d'une installation en projet devient alors tributaire d'une série d'expérimentations préalables qui, suivant les cas, se montreront plus ou moins faciles, coûteuses, et rapides à réaliser.

5.2) Défauts de pointage d'héliostats

Dans l'expression de $\langle E(M') \rangle$ donnée au paragraphe précédent,

manquent encore les défauts de pointage des héliostats plans ou focalisants de l'installation étudiée. Au cours de notre étude bibliographique (paragraphe 3.2.3), nous avons vu que ceux-ci étaient en fait mesurés directement dans le plan récepteur, et exprimés sous forme de distributions d'erreurs portant sur les coordonnées du point de tir effectif de l'héliostat ([42], [44] et [45]). D'autre part, ces distributions se révèlent le plus souvent être des lois normales elliptiques; soit donc $P_p'(Y', Z')$ l'une d'entre elles, dont l'intégrale sur le plan récepteur est égale à 1. On cherche toujours à déterminer l'espérance mathématique de $E(M')$, fonction des deux variables aléatoires a_p et h_p , qui sont les erreurs de pointage en azimut et en hauteur d'un héliostat. Alors, en posant

$$\begin{cases} V_{Op} = 2D(-C_{33} a_p + C_{32} h_p) \\ W_{Op} = 2D(C_{23} a_p - C_{22} h_p) \end{cases} \quad (IV-64)$$

et

$$\begin{cases} V_{Op} = C'_{22} Y'_{Op} + C'_{23} Z'_{Op} \\ W_{Op} = C'_{32} Y'_{Op} + C'_{33} Z'_{Op} \end{cases} \quad (IV-65)$$

où il apparaît que Y'_{Op} et Z'_{Op} sont les coordonnées du point de tir effectif de l'héliostat dans le plan récepteur, et en remplaçant V_0 et W_0 par $(V_0 + V_{Op})$ et $(W_0 + W_{Op})$ dans la relation (IV-15), on peut mettre l'expression des répartitions de densité de flux $E(M')$ donnée par la relation (IV-61) sous la forme :

$$E(M') = \sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} R_{Ij}(Y', Z') * L_j(Y' - Y'_{Op}, Z' - Z'_{Op}) * [P'_{Rj} * P'_{Mj} * P'_{Sj}](Y', Z') \quad (IV-66)$$

soit finalement $E(M') = E(Y' - Y'_{Op}, Z' - Z'_{Op})$

et l'espérance mathématique de $E(M')$ s'écrit alors :

$$\langle E(M') \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(Y' - Y'_{Op}, Z' - Z'_{Op}) P_p'(Y'_{Op}, Z'_{Op}) dY'_{Op} dZ'_{Op} = E(Y', Z') * P_p'(Y', Z') \quad (IV-67)$$

puisque la distribution caractéristique des dépointages des héliostats $P_p'(Y', Z')$ a été évaluée dans le plan récepteur; cette relation nous permet d'arriver enfin à l'expression définitive de l'espérance mathématique de la valeur de l'éclairement $E(M')$ au point M' , prenant en compte les quatre principaux types de défauts spécifiques aux installations solaires à facettes réfléchissantes, et qui sont pour mémoire les défauts microscopiques, les défauts locaux de surface et les dérèglages des facettes, et les dépointages des

héliostats : on trouve donc en fin de compte :

$$\langle E(M') \rangle = E(Y', Z') = \left[\sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} \left[RI_j * L_j * P_{Rj}' * P_{Mj}' * P_{Sj}' \right] (Y', Z') \right] * P_P'(Y', Z') \quad (IV-68)$$

expression qui fait intervenir $5 \times Nt$ produits de convolution, et qui n'est bien sûr applicable que si les quatre cônes d'erreur P_{Rj}' , P_{Mj}' , P_{Sj}' et P_P' sont connus pour chacune des facettes réfléchissantes. Si tel est le cas, alors on pourra considérer que $\langle E(M') \rangle$ est la valeur la plus probable de $E(M')$, et donne de celle-ci une bonne estimation lorsque le nombre Nt est très grand; l'expression donnée par la relation (IV-68) est donc utilisable pour un calcul prévisionnel des répartitions de densité de flux formées par une installation en projet. Mais cette expression est à présent devenue très complexe, et il semble nécessaire de procéder maintenant à quelques simplifications.

5.3) Réponse impulsionnelle effective d'un miroir

Nous définissons la réponse impulsionnelle effective d'une facette réfléchissante dans le plan récepteur comme le produit de convolution de sa réponse impulsionnelle théorique $RI_j(Y', Z')$ avec les deux cônes d'erreur $P_{Mj}'(Y', Z')$ et $P_{Sj}'(Y', Z')$; on peut donc écrire :

$$RIE_j(Y', Z') = RI_j(Y', Z') * P_{Mj}'(Y', Z') * P_{Sj}'(Y', Z') \quad (IV-69)$$

Et l'expression de la répartition d'éclairement $E(M')$ formée par l'installation considérée devient alors :

$$E(M') = \left[\sum_{j=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_j \cos \beta_j}{D_j^2} RIE_j(Y', Z') * L_j'(Y', Z') * P_{Rj}'(Y', Z') \right] * P_P'(Y', Z') \quad (IV-70)$$

Quatre types principaux de fonctions interviennent dans cette dernière expression; examinons-les séparément :

1) Les réponses impulsionnelles effectives des miroirs $RIE_j(Y', Z')$: celles-ci peuvent être interprétées comme les répartitions de densité de flux que l'on observerait dans le plan

récepteur si le soleil n'était qu'un point à l'infini; notons qu'elles prennent en compte les défauts spécifiques de la surface réflectrice, et diffèrent en cela des réponses impulsionnelles théoriques $RI_j(Y', Z')$: on sait en effet que ces dernières sont des fonctions qui doivent rester constantes sur un domaine en forme de parallélogramme, et s'annuler partout ailleurs; en fait, il serait bien étonnant qu'on arrive à retrouver un tel résultat, en étudiant par exemple l'image qu'une facette réflectrice éclairée d'un faisceau de lumière parallèle formerait réellement dans le plan récepteur. A ce sujet, il est d'ailleurs étonnant que cette expérience n'ait jamais été tentée sur les modules réflecteurs de l'héliostat focalisant CETHEL III bis, pour lesquels le concept des réponses impulsionnelles en forme de parallélogramme, qui est à la base de toute une génération de codes de calcul, n'a, semble-t-il, jamais été remis en question. Quoi qu'il en soit, si cela avait été réalisé, il est vraisemblable qu'on aurait alors observé, dans le plan récepteur, une image élargie, déformée par rapport au parallélogramme idéal, et présentant sur toute sa surface des variations sensibles d'éclairement : autant de phénomènes qui peuvent trouver une explication logique avec la convolution de la réponse impulsionnelle théorique du miroir $RI_j(Y', Z')$ par les cônes d'erreur caractéristiques des défauts de la surface réflectrice (relation (IV-69)). Ainsi, à l'opposé des nombreux procédés dits "de soleil fictif" où l'on regroupe les défauts spécifiques de l'installation à l'intérieur de la loi de luminance solaire (ce que la relation (IV-68) nous permettait parfaitement d'envisager), nous préconisons au contraire d'inclure ces défauts dans cette fonction associée à la géométrie et au type de la facette réflectrice étudiée, qui est sa réponse impulsionnelle effective. Celle-ci présente en effet l'avantage de caractériser à elle seule les performances énergétiques d'une facette, indépendamment des répartitions de luminance observables sur le disque solaire (et par conséquent, des conditions atmosphériques, ce qui pourrait se révéler fort utile pour des études de productibilité de centrales à tour), et sans qu'il soit besoin de déterminer précisément les lois de répartitions d'erreurs p_{ma} , p_{mh} , p_{sa} et p_{sh} . De plus, cette notion de réponse impulsionnelle effective peut être étendue au cas de facettes réflectrices dont les défauts ne sont plus aléatoires, mais restent trop complexes pour être définis analytiquement, à l'aide des fonctions caractéristiques de leur relief $f(Y_p, Z_p)$ (c'est le cas par exemple des reliefs en

tôle ondulée, ou des dépressions et cuvettes, etc...). Enfin, dans le cas de facettes réflectrices dont le relief reste a priori inconnu, tels les miroirs déformés sous contrainte mécanique du concentrateur du four solaire de 1000 kW d'Odeillo, les réponses impulsionnelles effectives deviennent le seul et unique moyen d'évaluation des performances énergétiques réelles des facettes, et par suite, de l'ensemble de l'installation. C'est dire que leur connaissance est alors indispensable.

2) Les fonctions $L_j^i(Y', Z')$, projections coniques de la loi de luminance solaire dans le plan récepteur. Celles-ci sont faciles à définir dès lors que les positions et orientations relatives du plan récepteur et de la facette réflectrice considérée sont fixées (paragraphe 2.3).

3) Les cônes d'erreur $P_{Rj}^i(Y', Z')$ liés aux défauts de réglage des facettes réflectrices, et qui sont étroitement liés à la méthode de réglage d'origine : ceux-ci demeurent l'objet principal de notre étude, et les chapitres III et V présentent respectivement les principes théoriques de leurs méthodes d'estimation, et les résultats expérimentaux tirés de l'application de ces méthodes.

4) Le cône d'erreur caractéristique des dépointages des héliostats $P_p^i(Y', Z')$: ce dernier type de fonction est relativement bien connu à l'heure actuelle, tout au moins en ce qui concerne les procédés d'asservissement en boucle ouverte adoptés sur les centrales à tour française et américaines.

Ainsi, il apparaît que sur les quatre termes qui interviennent dans le produit de convolution (IV-70), le deuxième et le quatrième ne posent pas de problèmes, tandis que le troisième est, ici même, en cours d'étude; en fin de compte, seul nous manque le premier terme, qui est la réponse impulsionnelle effective des facettes réflectrices, et qui constitue le dernier obstacle à la réalisation d'un code de calcul véritablement prévisionnel des performances énergétiques d'une grande installation solaire; il était donc logique que nous nous attaquions à cette dernière difficulté, et c'est ainsi que nous avons pu développer une méthode d'évaluation originale des réponses impulsionnelles effectives des facettes réflectrices, qui sera exposée dans le chapitre suivant.

Pour l'heure, nous allons donner quelques suggestions relatives à la réalisation pratique de ce fameux code prévisionnel des éclairements solaires.

6) PROPOSITIONS POUR UN MODELE PREVISIONNEL DES ECLAIREMENTS SOLAIRES

Il était tentant d'utiliser l'expression de $E(M')$ donnée par la relation (IV-70) dans un modèle prévisionnel des répartitions de densité de flux formées par une installation solaire à facettes réflectrices. Or, nous avons vu au paragraphe précédent que cela n'est possible que si les répartitions d'erreurs de réglage $P_{Rj}^i(Y', Z')$ et les réponses impulsionnelles effectives des facettes $RIE_j(Y', Z')$ ont été déterminées par des expérimentations préalables. Mais même ainsi, il subsiste un inconvénient majeur : l'application pratique de la relation (IV-70) impose en effet le calcul numérique de $2Nt + 1$ produits de convolution, ce qui, dans le cas d'installations d'échelle industrielle, telle la centrale expérimentale THEMIS ou le four solaire de 1000 kW d'Odeillo, se révélerait très coûteux en temps de calcul. Afin de réduire le nombre de convolutions à effectuer, nous avons eu l'idée de transformer la somme discrète qui intervient dans l'expression de $E(M')$ en somme continue portant sur les points O_i , qui sont les centres de toutes les facettes réflectrices considérées. Nous allons donc être amenés à introduire plusieurs changements de notations.

Nous supposons d'abord que :

$$E(M') = \sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} RIE_i(Y', Z') * L'_i(Y', Z') \quad (IV-71)$$

ce qui veut dire que l'installation étudiée est, pour le moment, exempte de dérèglages et de dépointages. Dans ces conditions, nous noterons désormais :

$$\left\{ \begin{array}{l} K(O_i) = \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} \\ RIE(O_i, M') = RIE_i(Y', Z') \\ L'(O_i, M') = L'_i(Y', Z') \end{array} \right. \quad (IV-72)$$

où les paramètres O_i et M' , qui interviennent dans les expressions des fonctions K , RIE et L' , signifient que la fonction considérée

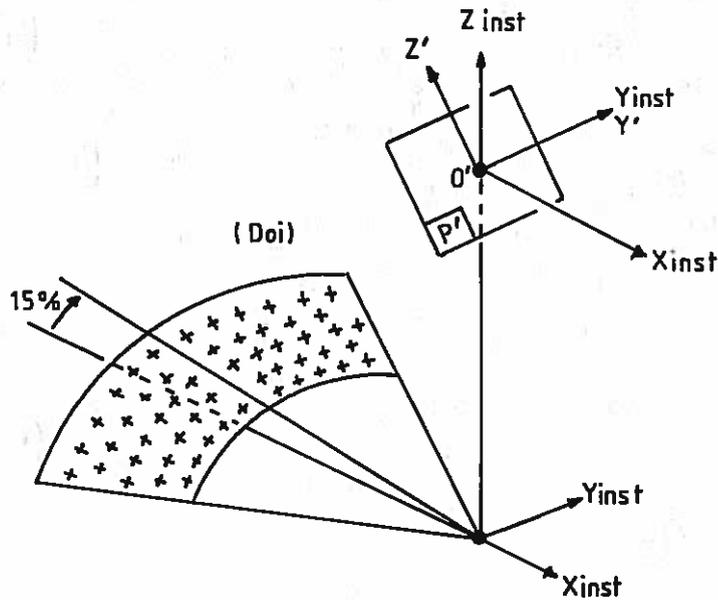


fig IV-15 : Domaine (Doi) des points O_i dans le cas du champ d'héliostats focalisants de THEMIS.

dépend respectivement de la position du point O_i dans son domaine (Doi) (c'est-à-dire en fait de l'emplacement du miroir sur la surface réflectrice étudiée), et de la position du point M' choisi dans le plan récepteur. Il faut préciser ici que le domaine d'appartenance (Doi) des points O_i sera par exemple une section de paraboloides de révolution dont les contours reproduiront ceux du concentrateur du four solaire de 1000 kW d'Odeillo (9500 points O_i centres de facettes réflectrices), ou une section de surface conique (fig.IV-15) dans le cas du champ d'héliostats de THEMIS (201 points O_i centres d'héliostats focalisants). Par ailleurs, le domaine des points M' est bien évidemment le plan récepteur; dans ces conditions on peut réécrire la relation (IV-71), en remplaçant la somme discrète par une somme continue, et avec les nouvelles notations définies par les relations (IV-72) :

$$E(M') = \iint_{(Doi)} K(O_i) RIE(O_i, M') * L'(O_i, M') do_i$$

Soit :

$$E(M') = \iint_{(Doi)} K(Oi) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RIE(Oi, M) L'(Oi, M'-M) dM \right] doi$$

et

$$E(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) L'(Oi, M'-M) doi \right] dM \quad (IV-73)$$

en utilisant le théorème de Fubini sur l'inversion des intégrales. Alors, en supposant que, quel que soit $(M'-M)$, la fonction $L'(Oi, M'-M)$ est une fonction continue de Oi (ce qui sera toujours le cas en pratique, grâce au rayonnement circumsolaire), on peut affirmer, en utilisant le premier théorème de la moyenne, qu'il existe un point O appartenant au domaine (Doi) tel que :

$$\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) L'(Oi, M'-M) doi = L'(O(M'-M), M'-M) \iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) doi \quad (IV-74)$$

En remplaçant le premier terme de cette égalité par le second dans la relation (IV-73), et en posant :

$$\overline{L'}(M'-M) = L'(O(M'-M), M'-M) \quad (IV-75)$$

$$\text{et} \quad \overline{RIE}(M) = \iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) doi \quad (IV-76)$$

on trouve alors que :

$$E(M') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{L'}(M'-M) \overline{RIE}(M) dM = \overline{RIE}(M') * \overline{L'}(M') \quad (IV-77)$$

Par ailleurs, les relations (IV-74) et (IV-75) nous permettent d'écrire, quel que soit M :

$$\overline{L'}(M'-M) = \frac{\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) L'(Oi, M'-M) doi}{\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, M) doi}$$

Cette dernière relation sera bien entendu vérifiée lorsque M est confondu avec O' , point origine du plan récepteur. Alors :

$$\overline{L'}(M') = \frac{\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, O') L'(Oi, M') doi}{\iint_{(Doi)} K(Oi) RIE(Oi, O') doi} \quad (IV-78)$$

En repassant maintenant des sommes continues aux sommes discrètes, nous pouvons écrire, d'après les relations (IV-76) à (IV-78) :

$$\overline{RIE}(Y', Z') = \sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} RIE_i(Y', Z') \quad (IV-79)$$

$$\overline{L'}(Y', Z') = \frac{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} RIE_i(0,0) L'_i(Y', Z')}{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} RIE_i(0,0)} \quad (IV-80)$$

$$\text{et } E(M') = E(Y', Z') = \overline{RIE}(Y', Z') * \overline{L'}(Y', Z') \quad (IV-81)$$

ce qui nous donne une expression approchée des répartitions d'éclairement $E(M')$ sous la forme d'un seul produit de convolution, composé de termes qui sont des combinaisons linéaires des fonctions $RIE_i(Y', Z')$ et $L'_i(Y', Z')$. En appliquant ce même raisonnement aux fonctions $[RIE_i * L'_i](Y', Z')$ et $P'_{Ri}(Y', Z')$, on arrive à montrer que l'expression des répartitions de densité de flux formées par une installation équipée de facettes réfléchissantes présentant entre elles des défauts de réglage peut être approximée par :

$$E(M') = E(Y', Z') = \overline{RIE}(Y', Z') * \overline{L'}(Y', Z') * \overline{P'_R}(Y', Z') \quad (IV-82)$$

où

$$\overline{P'_R}(Y', Z') = \frac{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} [RIE_i * L'_i](0,0) P'_{Ri}(Y', Z')}{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i}{D_i^2} [RIE_i * L'_i](0,0)} \quad (IV-83)$$

Si l'on suppose maintenant que le domaine de la réponse impulsionnelle effective d'une facette est petit devant celui que couvre la loi de luminance solaire projetée dans le plan récepteur, ainsi que nous l'avons fait dans le paragraphe 4.1.2, on obtient une expression simplifiée de $[RIE_i * L'_i](0,0)$:

$$\begin{aligned} [RIE_i * L'_i](0,0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} RIE_i(Y, Z) L'_i(Y, Z) dY dZ \\ &\approx \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0 RIE_i(Y, Z) dY dZ = L_0 S_{mi} \cos i_0 \end{aligned}$$

où S_{mi} est la surface du miroir, et i_0 est l'angle d'incidence des rayons

solaires; $\overline{P_R}(Y', Z')$ s'écrit donc :

$$\overline{P_R}(Y', Z') = \frac{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i S_{mi} \cos i_0}{D_i^2} P_{Ri}'(Y', Z')}{\sum_{i=1}^{Nt \text{ facettes}} \frac{R_i \cos \beta_i S_{mi} \cos i_0}{D_i^2}} \quad (IV-84)$$

et l'expression générale des répartitions de densité de flux formées par une installation à simple ou double réflexion, définie par la relation (IV-70), peut alors être approchée par :

$$E(M') = E(Y', Z') = \overline{RIE}(Y', Z') * \overline{L'}(Y', Z') * \overline{P_R}(Y', Z') * P_P'(Y', Z') \quad (IV-85)$$

où $\overline{RIE}(Y', Z')$, $\overline{L'}(Y', Z')$ et $\overline{P_R}(Y', Z')$, respectivement définies par les relations (IV-79), (IV-80) et (IV-84), apparaissent comme des combinaisons linéaires de fonctions relativement faciles à calculer: lois de luminance solaire projetées dans le plan récepteur, cônes d'erreur suivant des lois normales circulaires ou elliptiques, et fonctions réponses impulsionnelles gardant toujours un support borné. Par ailleurs, le nombre de convolutions à effectuer est maintenant réduit à trois, ce qui conférerait une certaine rapidité d'exécution à un code de calcul basé sur ces principes.

Telle est donc notre proposition pour l'élaboration d'un modèle prévisionnel des éclairagements solaires, dont la réalisation constituerait à elle seule un autre sujet de recherche. De plus, un tel code ne présente évidemment d'intérêt que si les distributions d'erreurs de réglage caractéristiques de certaines méthodes classiques ont déjà été déterminées, ainsi que les réponses impulsionnelles effectives des facettes réflectrices que l'on projette d'utiliser. Ces deux conditions n'étant pas encore pleinement réalisables à l'heure actuelle, essentiellement par manque de méthodes d'estimation adaptées, il devient inutile de pousser plus loin cette étude théorique : la priorité doit maintenant être donnée aux expérimentations.

7) CONCLUSION

Nous avons établi dans ce chapitre un résultat fondamental : lorsqu'on considère une installation solaire à simple ou

double réflexion constituée de facettes réfléchissantes, il est toujours possible de réduire l'expression des répartitions de densité de flux $E(M')$, produites dans un plan récepteur donné, sous la forme d'une somme de produits de convolution, conformément à la relation (IV-70). De plus, nous avons montré que cette expression peut elle-même être approchée par un produit de convolution, dont les termes sont constitués de combinaisons linéaires des fonctions caractéristiques des facettes réfléchissantes de l'installation (relation (IV-85)), et qui se prête bien au calcul prévisionnel des performances énergétiques de l'installation; ainsi, un code de calcul bâti sur ce principe serait probablement très rapide et très performant. Mais nous savons à présent qu'il exige en contrepartie la connaissance préalable de certains paramètres d'erreur caractéristiques de l'installation; parmi ceux-ci, on trouve les dépointages des héliostats et les dérèglages des facettes réfléchissantes, exprimés sous forme de cônes statistiques d'erreur. Si la détermination des premiers ne pose guère de problèmes à l'heure actuelle, il n'en est pas de même des seconds; c'est d'ailleurs un de nos objectifs que de mettre au point un procédé fiable d'estimation, dont le principe a été exposé au cours du chapitre précédent.

En plus de ces deux types de distributions d'erreur, nous avons également mis en lumière le rôle essentiel joué par les réponses impulsionnelles effectives des facettes réfléchissantes dans la caractérisation des performances énergétiques d'une installation, et il est clair maintenant que les défauts de réglage et les réponses impulsionnelles des facettes sont deux clés indispensables à tout calcul d'éclairage. C'est dans l'espoir de donner ces clés, ou, tout au moins, de tester quelques méthodes permettant leur estimation, que nous avons entrepris l'étude expérimentale qui fait l'objet du chapitre suivant : on y trouvera essentiellement des résultats concernant quelques méthodes de réglage classiques des facettes réfléchissantes, ainsi que le principe et la description d'une méthode de caractérisation de leurs réponses impulsionnelles effectives. Quant à notre modèle prévisionnel des performances énergétiques d'une installation, il resterait encore à le mettre en forme, puis à le valider en comparant ses prédictions avec les distributions expérimentales d'éclairage d'une installation dont on aurait, au préalable, mesuré tous les paramètres d'erreur (c'est-à-dire les dérèglages, les dépointages, et les réponses impulsionnelles effectives des facettes réfléchissantes). Mais un tel travail est

prématuré tant que certains enseignements n'auront pas été tirés de nos premiers résultats expérimentaux : c'est pourquoi il est opportun de mettre à présent un terme à cette étude théorique.